

**ВЫПУКЛЫЕ СОЕДИНЕНИЯ ПРАВИЛЬНОГРАННЫХ ПРИЗМ С ТРЕХ- И
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНЫМИ ОСНОВАНИЯМИ И ПИРАМИД С КВАДРАТНЫМ
ОСНОВАНИЕМ**

Сагалаков Н.О.,

научный руководитель Тимофеев А.В.

СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт математики и фундаментальной информатики

Несколько лет назад была доказана теорема, перечисляющая все выпуклые многогранники каждая грань которых составлена из правильных многоугольников, причем вершина такого многоугольника является и вершиной многогранника [1]. Если же вершина такого многоугольника оказывается внутри ребра или грани многогранника, то известно только что существует лишь конечное с точностью до комбинаторной эквивалентности число таких тел, кроме четырех бесконечных серий [2].

Для указанных в названии тел будем использовать стандартные обозначения: Π_3 , Π_4 и M_2 соответственно. Найдены выпуклые соединения целыми гранями тел Π_3 , Π_4 и M_2 , причем длины ребер слагаемых единичные, длины ребер соединений не превосходят двойки и каждый раз соединяется по два выпуклых тела. Ниже представлен список этих соединений причем в списке k многогранник $S_{k,i}$, $k=2,3,\dots,24,26,28,32$, расположен на i -м месте:

- 2) $\Pi_3+\Pi_3$, $\Pi_3+\Pi_3'$, $\Pi_3+\Pi_3''$, $\Pi_3+\Pi_4$, Π_3+M_2 , $\Pi_4+\Pi_4$, Π_4+M_2 , M_2+M_2 ;
- 3) $S_{2,2}+\Pi_3$, $S_{2,2}+M_2$, $S_{2,4}+\Pi_3$, $S_{2,4}+\Pi_3'$, $S_{2,4}+\Pi_4$, $S_{2,4}+M_2$, $S_{2,5}+M_2$, $S_{2,6}+M_2$, $S_{2,7}+M_2$;
- 4) $S_{3,1}+\Pi_3$, $S_{3,1}+\Pi_3'$, $S_{3,1}+M_2$, $S_{3,2}+M_2$, $S_{3,2}+M_2'$, $S_{3,5}+\Pi_3$, $S_{3,5}+\Pi_3$, $S_{3,5}+M_2$, $S_{3,7}+M_2$, $S_{3,8}+M_2$, $S_{2,2}+S_{2,2}$, $S_{2,3}+S_{2,6}$, $S_{2,6}+S_{2,6}$;
- 5) $S_{4,2}+M_2$, $S_{3,1}+S_{2,3}$, $S_{3,1}+S_{2,6}$;
- 6) $S_{5,1}+M_2$, $S_{5,2}+\Pi_3$, $S_{5,2}+M_2$, $S_{5,3}+\Pi_3$, $S_{5,3}+M_2$, $S_{3,1}+S_{3,1}$, $S_{3,1}+S_{3,1}'$, $S_{3,4}+S_{3,4}$, $S_{3,5}+S_{3,5}$;
- 7) $S_{6,6}+\Pi_3$, $S_{6,6}+M_2$, $S_{5,3}+S_{2,3}$, $S_{5,3}+S_{2,6}$;
- 8) $S_{7,1}+\Pi_3$, $S_{7,1}+M_2$, $S_{7,1}+M_2'$, $S_{7,2}+M_2$, $S_{7,2}+M_2'$, $S_{7,3}+\Pi_3$, $S_{7,3}+M_2$, $S_{7,4}+\Pi_3$, $S_{7,4}+M_2$, $S_{6,7}+S_{2,3}$, $S_{6,7}+S_{2,3}'$, $S_{6,9}+S_{2,3}$, $S_{5,3}+S_{3,1}$, $S_{4,13}+S_{4,13}$;
- 9) $S_{8,5}+M_2$, $S_{8,13}+\Pi_3$, $S_{8,13}+M_2$, $S_{7,4}+S_{2,3}$;
- 10) $S_{9,2}+\Pi_3$, $S_{9,2}+M_2$, $S_{9,3}+M_2$, $S_{9,4}+\Pi_3$, $S_{9,4}+M_2$, $S_{7,1}+S_{3,1}$, $S_{7,4}+S_{3,1}$, $S_{6,7}+S_{4,13}$;
- 11) $S_{10,7}+\Pi_3$, $S_{10,7}+M_2$;
- 12) $S_{11,1}+\Pi_3$, $S_{11,1}+M_2$, $S_{11,2}+M_2$, $S_{10,8}+S_{2,3}$, $S_{6,6}+S_{6,6}$, $S_{6,6}+S_{6,6}'$;
- 13) $S_{10,6}+S_{3,1}$;
- 14) $S_{13,1}+M_2$, $S_{13,1}+M_2'$, $S_{12,5}+S_{2,3}$, $S_{12,6}+S_{2,3}$, $S_{10,8}+S_{4,13}$;
- 15) $S_{14,1}+M_2$, $S_{14,2}+M_2$;
- 16) $S_{15,1}+M_2$, $S_{14,3}+S_{2,3}$, $S_{14,4}+S_{2,3}$, $S_{14,5}+S_{2,3}$, $S_{13,1}+S_{3,1}$, $S_{10,8}+S_{6,7}$, $S_{10,8}+S_{6,7}'$;
- 17) $S_{16,5}+M_2$;
- 18) $S_{17,1}+M_2$, $S_{16,6}+S_{2,3}$, $S_{16,7}+S_{2,3}$;
- 20) $S_{18,2}+S_{2,3}$, $S_{18,3}+S_{2,3}$, $S_{14,3}+S_{6,7}$, $S_{14,5}+S_{6,7}$, $S_{14,5}+S_{6,7}'$;
- 22) $S_{20,4}+S_{2,3}$, $S_{20,5}+S_{2,3}$;

- 24) $S_{22,1} + S_{2,3}, S_{22,2} + S_{2,3};$
- 26) $S_{20,3} + S_{6,7};$
- 32) $S_{26,1} + S_{6,7}.$

Если соединять сразу не два, а три и более тел Π_3 , Π_4 и M_2 и многогранников этого списка, то сам список можно увеличить. Например, изображённую на рис.1 призму с 12-угольными основаниями и единичными рёбрами нельзя представить соединением двух выпуклых многогранников с гранями, составленными из правильных треугольников и квадратов. Однако, соединяя боковыми гранями 12 призм Π_3 и 6 кубов, получаем это 18-составное тело.

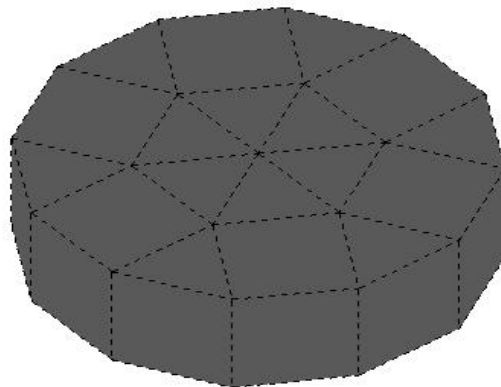


рис1.

В докладе будут представлены все выпуклые многоугольники со сторонами длины один или два, составленные из треугольников и квадратов с единичными сторонами. Каждый такой многоугольник является основанием призмы, боковые грани которой есть квадраты или прямоугольники, составленные из двух квадратов. Всего таких многоугольников существует не менее чем 43. Ниже представлены некоторые из них:

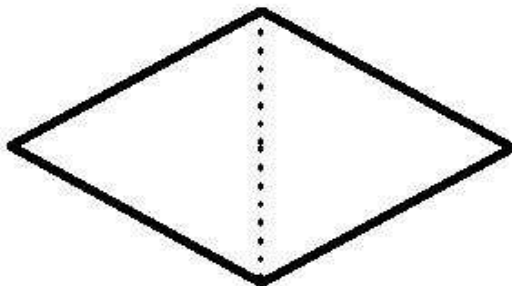


рис 2.

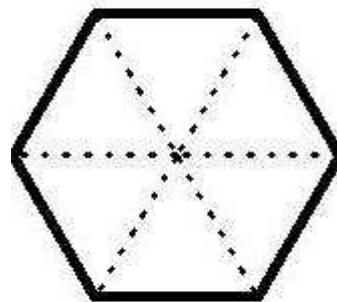


рис 3.

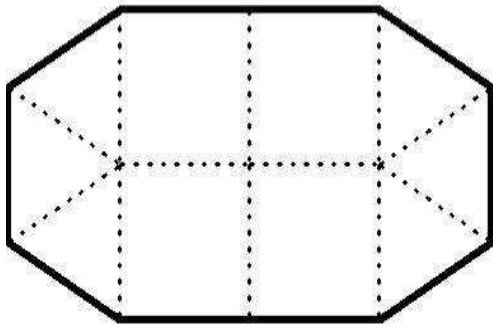


рис 4.

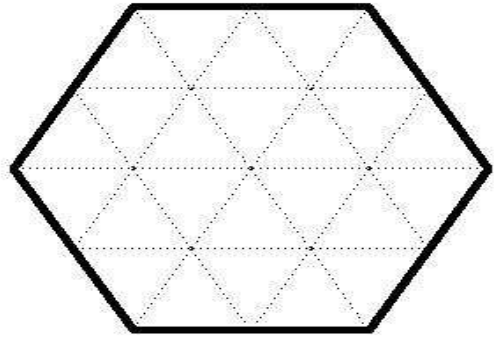


рис 5.

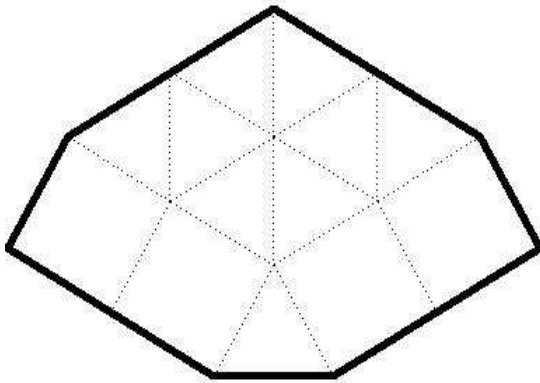


рис 6.

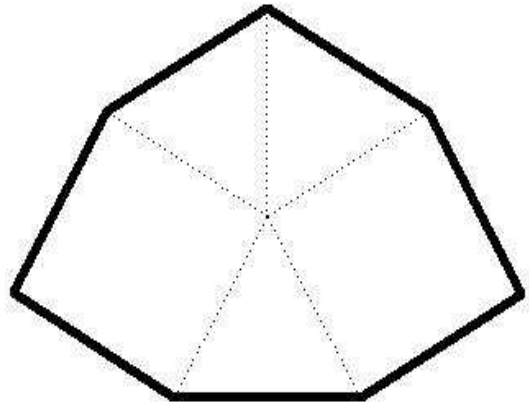


рис 7.

Некоторые из представленных многоугольников можно получить срединив только более двух различных многоугольников, например как на рисунках 6 и 7, эти многоугольники можно получить не менее чем из трех треугольников и квадратов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1] Тимофеенко А.В. К перечню выпуклых правильных многогранников // Современные проблемы математики и механики. Том VI. Математика. Выпуск 3. К 100-летию со дня рождения Н.В. Ефимова./ Под ред. И. Х. Сабитова и В.Н. Чубарикова. –М.: Изд-во МГУ, 2011, С.148--163.
- [2] Прягин Ю. А. Выпуклые многогранники, грани которых равноугольны или сложены из равноугольных //Зап. научн. семинаров ЛОМИ 1974. Т.45. С. 111--112.
- [3] Тимофеенко А.В. О ВЫПУКЛЫХ МНОГОГРАННИКАХ С РАВНОУГОЛЬНЫМИ И ПАРКЕТНЫМИ ГРАНЯМИ // Чебышевский сб., 2011, том 12, выпуск 2, страницы 118–126.