УДК 539.3 (075.8)

ТРЕХМЕРНАЯ КВАЗИСТАТИСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПОЛОГО БЕСКОНЕЧНОГО ЦИЛИНДРА В НАПРЯЖЕНИЯХ

Атургашева К.Ю.
научный руководитель канд. техн. наук Анферов П.И.
Сибирский федеральный университет

Рассмотрим задачу термоупругости для цилиндра ($a \le r \le b$, $-\pi \le \theta \le \pi$, $-\infty < z < \infty$), который первоначально находится при постоянной нулевой температуре, а затемвследствие внешнего теплового воздействия его температура становится равной T. Внутренняя и внешняя поверхности цилиндра предполагаются свободными от внешних усилий.

При расчетах динамические эффекты не учитываются. В этом случае напряжения зависят от времени неявно, как от параметра, через температуру, которая предполагается известной. Теплофизические и механические свойства материала цилиндра полагаются не зависящими от температуры. Запишем исходные соотношения для решения поставленной задачи.

Уравнения равновесия:

$$\sigma_{rr,r} + r^{-1}\sigma_{r\theta,\theta} + \sigma_{rz,z} + r^{-1}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0, \tag{1}$$

$$\sigma_{\theta r,r} + r^{-1}\sigma_{\theta\theta,\theta} + \sigma_{\theta z,z} + 2r^{-1}\sigma_{\theta r} = 0, \tag{2}$$

$$\sigma_{zr,r} + r^{-1}\sigma_{z\theta,\theta} + \sigma_{zz,z} + r^{-1}\sigma_{zr} = 0. \tag{3}$$

Условия совместности деформаций:

$$\nabla^2(\sigma_{rr} + \beta T) - 4r^{-2}\sigma_{r\theta,\theta} - 2r^{-2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = -(2f - \beta T)_{,rr}, \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\nabla^2(\sigma_{\theta\theta} + \beta T) + 4r^{-2}\sigma_{r\theta,\theta} + 2r^{-2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \\ = -r^{-1}(2f - \beta T)_{,r} - r^{-2}(2f - \beta T)_{,\theta\theta},\end{aligned} \tag{5}$$

$$\nabla^2\sigma_{r\theta} + 2r^{-2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})_{,\theta} - 4r^{-2}\sigma_{r\theta} = -\left[r^{-1}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})_{,\theta}\right]_{,r}, \tag{6}$$

$$\nabla^2\sigma_{\theta z} + 2r^{-2}\sigma_{rz,\theta} - r^{-2}\sigma_{\theta z} = -r^{-1}(2f - \beta T)_{,\theta z}, \tag{7}$$

$$\nabla^2\sigma_{rz} - 2r^{-2}\sigma_{\theta z,\theta} - r^{-2}\sigma_{rz} = -(2f - \beta T)_{,rz}, \tag{8}$$

$$\nabla^2 f = 0, \tag{9}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Запятая на уровне индексов означает частное дифференцирование по координатам, указанным после нее.

Гармоническая функция f связана с диагональными компонентами тензора напряжений, температурой Tи коэффициентом Пуассона μ равенством:

$$f = (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz} + 2\beta T)/[2(1 + \mu)\ ].$$

Константа βвыражается через коэффициент термического расширения α и модуль Юнга E формулой $\beta = \alpha E/(1 - \mu)$.

Граничные условия для уравнений (4) – (8) таковы:

$$\sigma_{rr}(a,\theta,z) = \sigma_{r\theta}(a,\theta,z) = \sigma_{rz}(a,\theta,z) = 0, \tag{10}$$

$$\sigma_{rr}(b,\theta,z) = \sigma_{r\theta}(b,\theta,z) = \sigma_{rz}(b,\theta,z) = 0. \tag{11}$$

Искомые функции σ_{jk} и fищем, разлагая их в ряды Фурье по координате θ и интегралы Фурье по координате z:

$$\sigma_{jk}(r,\theta,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\sigma_{jk}}(r,n,\omega)\, e^{i(n\theta+\omega z)} d\omega. \tag{12}$$

Здесь чертой сверху обозначено двойное преобразование Фурье

$$\overline{\sigma_{jk}}(r,n,\omega)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\sigma_{jk}(r,\theta,z)\,e^{-i(n\theta+\omega z)}dzd\theta. \tag{13}$$

Применим интегральное преобразование (13) ко всем членам уравнений (4) – (9), получим с учетом правила преобразования Фурье производных систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\overline{\nabla}(\overline{\sigma_{rr}}+\beta T)-4r^{-2}in\overline{\sigma_{r\theta}}-2r^{-2}(\overline{\sigma_{rr}}-\overline{\sigma_{\theta\theta}})=-\left(2\bar{f}-\beta\bar{T}\right)_{,rr}, \tag{14}$$

$$\overline{\nabla}(\overline{\sigma_{\theta\theta}}+\beta T)+4r^{-2}in\overline{\sigma_{r\theta}}+2r^{-2}(\overline{\sigma_{rr}}-\overline{\sigma_{\theta\theta}})= \\ =-r^{-1}\left(2\bar{f}-\beta\bar{T}\right)_{,r}+n^2r^{-2}\left(2\bar{f}-\beta\bar{T}\right), \tag{15}$$

$$\overline{\nabla}\,\overline{\sigma_{r\theta}}+2r^{-2}in(\overline{\sigma_{rr}}-\overline{\sigma_{\theta\theta}})-4r^{-2}\overline{\sigma_{r\theta}}=-\left[inr^{-1}\left(2\bar{f}-\beta\bar{T}\right)\right]_{,r}, \tag{16}$$

$$\overline{\nabla}\,\overline{\sigma_{\theta z}}+2inr^{-2}\overline{\sigma_{rz}}-r^{-2}\overline{\sigma_{\theta z}}=n\omega r^{-1}\left(2\bar{f}-\beta\bar{T}\right), \tag{17}$$

$$\overline{\nabla}\overline{\sigma_{rz}}-2inr^{-2}\overline{\sigma_{\theta z}}-r^{-2}\overline{\sigma_{rz}}=-i\omega\left(\overline{2f}-\beta\bar{T}\right)_{,r}, \tag{18}$$

$$\frac{d^2\bar{f}}{dr^2}+r^{-1}\frac{d\bar{f}}{dr}-\left(\frac{n^2}{r^2}+\omega^2\right)\bar{f}=0. \tag{19}$$

Граничные условия для (14) – (19) следуют из (10), (11)

$$\overline{\sigma_{rr}}(a,n,\omega)\pm i\overline{\sigma_{r\theta}}(a,n,\omega)=\overline{\sigma_{rz}}(a,n,\omega)=0, \tag{20}$$

$$\overline{\sigma_{rr}}(b,n,\omega)\pm i\overline{\sigma_{r\theta}}(b,n,\omega)=\overline{\sigma_{rz}}(b,n,\omega)=0. \tag{21}$$

Здесь обозначено

$$\overline{\nabla}=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\left(\frac{n^2}{r^2}+\omega^2\right).$$

Введем в рассмотрение новые неизвестные функции: $\sigma_k, k=1,2,\ldots,5$ соотношениями:

$$\sigma_1=\overline{\sigma_{rr}}+\overline{\sigma_{\theta\theta}}+\beta\bar{T},\qquad \sigma_2=\overline{\sigma_{rr}}-\overline{\sigma_{\theta\theta}}+2i\overline{\sigma_{r\theta}}-\beta\bar{T}, \tag{22}$$

$$\sigma_3=\overline{\sigma_{rr}}-\overline{\sigma_{\theta\theta}}-2i\overline{\sigma_{r\theta}}-\beta\bar{T},\qquad \sigma_4=\overline{\sigma_{\theta z}}+i\overline{\sigma_{rz}},\qquad \sigma_5=\overline{\sigma_{\theta z}}-i\overline{\sigma_{rz}}, \tag{23}$$

через которые искомые преобразования Фурье $\overline{\sigma_{jk}}(r,n,\omega)$ выражаются формулами:

$$\overline{\sigma_{rr}}=(2\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/4,\qquad \overline{\sigma_{\theta\theta}}=(2\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-4\beta\bar{T})/4, \tag{24}$$

$$\overline{\sigma_{r\theta}}=(\sigma_2-\sigma_3)/4i,\qquad \overline{\sigma_{rz}}=(\sigma_4-\sigma_5)/2i, \tag{25}$$

$$\overline{\sigma_{zz}}=2(\mu+1)\bar{f}-\sigma_1-\beta\bar{T},\qquad \overline{\sigma_{\theta z}}=(\sigma_4+\sigma_5)/2, \tag{26}$$

$$\overline{\sigma_{rr}}-\overline{\sigma_{\theta\theta}}=[(\sigma_2+\sigma_3)+\beta\bar{T}]/2. \tag{27}$$

От уравнений (1) – (3) перейдем к равенствам для трансформант Фурье и введем в них новую независимую переменную$\rho=\omega r$. Перепишем их в виде:

$$\rho\bar{\sigma}'_{rr}+(\bar{\sigma}_{rr}-\bar{\sigma}_{\theta\theta})+i\rho\bar{\sigma}_{rz}+in\bar{\sigma}_{r\theta}=0, \tag{28}$$

$$i\rho\bar{\sigma}_{zz}+\rho\bar{\sigma}'_{rz}+\bar{\sigma}_{rz}+in\bar{\sigma}_{\theta z}=0, \tag{29}$$

$$\rho\bar{\sigma}'_{r\theta}+i\rho\bar{\sigma}_{\theta z}+2\bar{\sigma}_{r\theta}+in\bar{\sigma}_{\theta\theta}=0. \tag{30}$$

Здесь и далее штрихи над символами означают дифференцирование по ρ.

Комбинируя уравнения (14) – (18) в соответствии с определениями (25) – (26) и переходя к переменной ρ, запишем дифференциальные уравнения для функций $\sigma_k(\rho),\ \ k=1,2,\ldots,5$:

$$\sigma_1{}''+\rho^{-1}\sigma_1{}'-[1+\rho^{-2}n^2]\sigma_1=-2\bar{f}+\beta\bar{T}, \tag{31}$$

$$\sigma_2{}''+\rho^{-1}\sigma_2{}'-[1+\rho^{-2}(n+2)^2]\sigma_2= \\ =2\left[2(n+1)\rho^{-1}\left(\bar{f}'-n\bar{f}\rho^{-1}\right)-\bar{f}\right]-2(n+1)\beta\rho^{-1}[\bar{T}'-(n+2)\bar{T}\rho^{-1}]+\beta\bar{T}, \tag{32}$$

$$\sigma_3{}''+\rho^{-1}\sigma_3{}'-[1+\rho^{-2}(n-2)^2]\sigma_3= \\ =-2\left[2(n-1)\rho^{-1}\left(\bar{f}'+n\bar{f}\rho^{-1}\right)+\bar{f}\right]+2(n-1)\beta\rho^{-1}[\bar{T}'+(n-2)\bar{T}\rho^{-1}]+\beta\bar{T}, \tag{33}$$

$$\sigma_4{}''+\rho^{-1}\sigma_4{}'-[1+\rho^{-2}(n-1)^2]\sigma_4=2\left(\bar{f}'+n\bar{f}\rho^{-1}\right)-n\rho^{-1}\beta\bar{T}-\beta\bar{T}', \tag{34}$$

$$\sigma_5{}''+\rho^{-1}\sigma_5{}'-[1+\rho^{-2}(n+1)^2]\sigma_5=-2\left(\bar{f}'-n\bar{f}\rho^{-1}\right)-n\rho^{-1}\beta\bar{T}+\beta\bar{T}'. \tag{35}$$

Из (19) следует, что

$$\bar{f}(\rho) = AI_n(\rho) + BK_n(\rho), \tag{36}$$

где A, B – константы, I_n, K_n – модифицированные функции Бесселя

Подставим (36) в уравнения (31) – (35) и, преобразуя выражения, содержащие $\bar{f}$,перепишем их в виде:

$$\bar{\sigma}_1'' + \rho^{-1}\bar{\sigma}_1' - [1 + \rho^{-2}n^2]\bar{\sigma}_1 = -2(AI_n + BK_n) + \beta\bar{T}, \tag{37}$$

$$\sigma_2'' + \rho^{-1}\sigma_2' - [1 + \rho^{-2}(n+2)^2]\sigma_2 = \tag{38}$$

$$= -2(AI_{n+2} + BK_{n+2}) - 2(n+1)\beta\rho^{-1}[\bar{T}' - (n+2)\bar{T}\rho^{-1}] + \beta\bar{T},$$

$$\sigma_3'' + \rho^{-1}\sigma_3' - [1 + \rho^{-2}(n-2)^2]\sigma_3 = \tag{39}$$

$$= -2(AI_{n-2} + BK_{n-2}) + 2(n-1)\beta\rho^{-1}[\bar{T}' + (n-2)\bar{T}\rho^{-1}] + \beta\bar{T},$$

$$\sigma_4'' + \rho^{-1}\sigma_4' - [1 + \rho^{-2}(n-1)^2]\sigma_4 = -2(AI_{n-1} - BK_{n-1}) - n\rho^{-1}\beta\bar{T} - \beta\bar{T}', \tag{40}$$

$$\sigma_5'' + \rho^{-1}\sigma_5' - [1 + \rho^{-2}(n+1)^2]\sigma_5 = -2(AI_{n+1} - BK_{n+1}) - n\rho^{-1}\beta\bar{T} + \beta\bar{T}'. \tag{41}$$

Граничные условия для уравнений (37) – (41) следуют из (20), (21) и определений (22), (23):

$$\overline{\sigma_1}(a\omega) + \overline{\sigma_2}(a\omega) = \overline{\sigma_1}(a\omega) + \overline{\sigma_3}(a\omega) = \overline{\sigma_4}(a\omega) - \overline{\sigma_5}(a\omega) = 0, \tag{42}$$

$$\overline{\sigma_1}(b\omega) + \overline{\sigma_2}(b\omega) = \overline{\sigma_1}(b\omega) + \overline{\sigma_3}(b\omega) = \overline{\sigma_4}(b\omega) - \overline{\sigma_5}(b\omega) = 0. \tag{43}$$

Функции $\bar{f}, \sigma_k(\rho), k = 1, \dots, 5$ должны тождественно удовлетворять уравнениям (28) – (30), если в них $\bar{\sigma}_{jk}$выразить через σ_k по формулам (24) – (27).

Общие решения уравнений (31) – (35) представим в виде

$$\sigma_k(\rho) = \tau_k(\rho) + s_k(\rho), \qquad k = 1, \dots, 5 \tag{44}$$

Здесь функции $\tau_k(\rho)$ являются общими решениями уравнений (31) – (35) при $\bar{T}(\rho)$ равной нулю.

Эти функции равны:

$$\tau_1 = A_1I_n + B_1K_n - \rho(AI_{n-1} - BK_{n-1}), \tag{45}$$

$$\tau_2 = A_2I_{n+2} + B_2K_{n+2} - \rho(AI_{n+1} - BK_{n+1}), \tag{46}$$

$$\tau_3 = A_3I_{n-2} + B_3K_{n-2} - \rho(AI_{n-1} - BK_{n-1}), \tag{47}$$

$$\tau_4 = A_4I_{n-1} + B_4K_{n-1} + \rho(AI_n + BK_n), \tag{48}$$

$$\tau_5 = A_5I_{n+1} + B_5K_{n+1} - \rho(AI_n + BK_n). \tag{49}$$

Функции $s_k(\rho)$ – это частные решения уравнений (31) – (35) при $A = 0, B = 0$

Учитывая, что вронскиан функций $I_n(\rho), K_n(\rho)$ равен $-1/\rho$, методом вариации произвольных постоянных для $s_k(\rho)$ получаем:

$$s_1(\rho) = P_1(\rho)I_n(\rho) - Q_1(\rho)K_n(\rho) \tag{50}$$

$$s_2(\rho) = P_1(\rho)I_{n+2}(\rho) - Q_1(\rho)K_{n+2}(\rho) \tag{51}$$

$$s_3(\rho) = P_1(\rho)I_{n-2}(\rho) - Q_1(\rho)K_{n-2}(\rho) \tag{52}$$

$$s_4(\rho) = -P_1(\rho)I_{n-1}(\rho) - Q_1(\rho)K_{n-1}(\rho) \tag{53}$$

$$s_5(\rho) = P_1(\rho)I_{n+1}(\rho) + Q_1(\rho)K_{n+1}(\rho) \tag{54}$$

где

$$P_1(\rho) = \beta\int \rho\bar{T}K_n(\rho)d\rho, \qquad Q_1(\rho) = \beta\int \rho\bar{T}I_n(\rho)d\rho \tag{55}$$

В уравнениях (28) – (30) выразим$\bar{\sigma}_{jk}(\rho)$ по формулам (24) – (27), а σ_k выразим из равенства (44). Получим следующие уравнения:

$$2\rho\tau_1' + [\rho\tau_2' + (n+2)\tau_2] + [\rho\tau_3' - (n-2)\tau_3] + 2\rho\tau_4 - 2\rho\tau_5 + U(\rho) = 0, \tag{56}$$

$$2\rho\tau_1 - 4\rho(\mu+1)\bar{f} + [\rho\tau_4' - (n-1)\tau_4] - [\rho\tau_5' + (n+1)\tau_5] + V(\rho) = 0, \tag{57}$$

$$-2n\tau_1 + [\rho\tau_2' + (n+2)\tau_2] - [\rho\tau_3' - (n-2)\tau_3] - 2\rho\tau_4 - 2\rho\tau_5 + W(\rho) = 0. \tag{58}$$

Функции $U(\rho), V(\rho), W(\rho)$ задаются равенствами:

$$U(\rho) = 2\rho s_1' + [\rho s_2' + (n+2)s_2] + [\rho s_3' - (n-2)s_3] + 2\rho s_4 - 2\rho s_5 + 4\beta\bar{T}, \tag{59}$$

$$V(\rho) = 2\rho s_1 + [\rho s_4' - (n-1)s_4] - [\rho s_5' + (n+1)s_5] + 2\rho\beta\bar{T}, \tag{60}$$

$$W(\rho) = -2ns_1 + [\rho s_2' + (n+2)s_2] - [\rho s_3' - (n-2)s_3] - 2\rho s_4 - 2\rho s_5 + 4n\beta\bar{T}. \tag{61}$$

Если в выражения (59) – (61) подставить$\bar{s}_k(\rho)$из (50) – (54), то после преобразований получаем:

$$U(\rho) \equiv 0, \qquad V(\rho) \equiv 0, \qquad W(\rho) \equiv 0. \tag{62}$$

Подставляя в (56) – (58) выражения для $\tau_k(\rho)$ из формул (45) – (49), получим три тождества:

$$I_{n+1}(A_2 - 2A - 2A_5 + A_1) - K_{n+1}(B_2 - 2B + 2B_5 + B_1) \equiv 0 \tag{63}$$

$$I_{n-1}(2A(n-3) + A_3 + 2A_4 + A_1) + K_{n-1}(-2B(n-3) - B_3 + 2B_4 - B_1) \equiv 0 \tag{64}$$

$$I_n(-4\mu A - 2nA + A_4 - A_5 + 2A_1) + K_n(-4\mu B - 2nB - B_4 + B_5 + 2B_1) \equiv 0 \tag{65}$$

Так как $I_n(\rho), K_n(\rho)$линейно независимые функции, то все выражения в круглых скобках в (63) – (65) должны равняться нулю. Это будет выполнено, если константы связаны равенствами:

$$A_2 = 2A + 2A_5 - A_1 \tag{66}$$

$$A_3 = 3A_1 - 2A_5 - [8\mu + 6(n-1)]A \tag{67}$$

$$A_4 = 2A(2\mu + n) + A_5 - 2A_1 \tag{68}$$

$$B_2 = 2B - 2B_5 - B_1 \tag{69}$$

$$B_3 = 3B_1 + 2B_5 - [8\mu + 6(n-1)]B \tag{70}$$

$$B_4 = -2B(2\mu + n) + B_5 + 2B_1 \tag{71}$$

Чтобы найти остальные константы, фигурирующие в формулах (45) – (49), подчиним функции $\sigma_k(\rho)$ граничным условиям (42), (43), получим шесть равенств:

$$\tau_1(a\omega) + \tau_2(a\omega) = -s_1(a\omega) - s_2(a\omega) \tag{72}$$

$$\tau_2(a\omega) + \tau_3(a\omega) = -s_1(a\omega) - s_3(a\omega) \tag{73}$$

$$\tau_4(a\omega) - \tau_5(a\omega) = -s_4(a\omega) + s_5(a\omega) \tag{74}$$

$$\tau_1(b\omega) + \tau_2(b\omega) = -s_1(b\omega) - s_2(b\omega) \tag{75}$$

$$\tau_2(b\omega) + \tau_3(b\omega) = -s_1(b\omega) - s_3(b\omega) \tag{76}$$

$$\tau_4(b\omega) - \tau_5(b\omega) = -s_4(b\omega) + s_5(b\omega) \tag{77}$$

Подставляя $\tau_k(\rho)$из (45) – (49) в (72) – (77) и учитывая равенства (66) – (71), получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A\varphi_1(a\omega) + B\varphi_2(a\omega) + A_1\varphi_3(a\omega) + B_1\varphi_4(a\omega) + 2A_5 I_{n+2}(a\omega) - 2B_5 K_{n+2}(a\omega) = \\ = -s_1(a\omega) - s_2(a\omega), \end{aligned} \tag{78}$$

$$\begin{aligned} A\psi_1(a\omega) + B\psi_2(a\omega) + A_1\psi_3(a\omega) + B_1\psi_4(a\omega) - 2A_5 I_{n-2}(a\omega) + 2B_5 K_{n-2}(a\omega) = \\ = -s_2(a\omega) + s_3(a\omega), \end{aligned} \tag{79}$$

$$\begin{aligned} A\chi_1(a\omega) + B\chi_2(a\omega) - 2A_1 I_{n-1}(a\omega) + 2B_1 K_{n-1}(a\omega) + A_5 2n\rho^{-1} I_n(a\omega) - \\ -B_5 2n\rho^{-1} K_n(a\omega) = -s_4(a\omega) + s_5(a\omega), \end{aligned} \tag{80}$$

$$\begin{aligned} A\varphi_1(b\omega) + B\varphi_2(b\omega) + A_1\varphi_3(b\omega) + B_1\varphi_4(b\omega) + 2A_5 I_{n+2}(b\omega) - 2B_5 K_{n+2}(b\omega) = \\ = -s_1(b\omega) - s_2(b\omega), \end{aligned} \tag{81}$$

$$\begin{aligned} A\psi_1(b\omega) + B\psi_2(b\omega) + A_1\psi_3(b\omega) + B_1\psi_4(b\omega) - 2A_5 I_{n-2}(b\omega) + 2B_5 K_{n-2}(b\omega) = \\ = -s_2(b\omega) + s_3(b\omega), \end{aligned} \tag{82}$$

$$\begin{aligned} A\chi_1(b\omega) + B\chi_2(b\omega) - 2A_1 I_{n-1}(b\omega) + 2B_1 K_{n-1}(b\omega) + A_5 2n\rho^{-1} I_n(b\omega) - \\ -B_5 2n\rho^{-1} K_n(b\omega) = -s_4(b\omega) + s_5(b\omega). \end{aligned} \tag{83}$$

Здесь $\varphi_k(x), \psi_k(x)$и $\chi_k(x)$известные комбинации модифицированных функций Бесселя.

Решив систему уравнений (78) – (83), определим константы: A, B, A_1, B_1, A_5, B_5. Вычисленные константы подставим в (45) – (49), а затем находим $\sigma_k(\rho)$ по (44), через которое выражаем трансформанты Фурье-напряжений по формулам (24) – (26). Затем производим обратные преобразования Фурье (12) и определяем напряженное состояние цилиндра.