УДК 517.9

О ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФУНКЦИИ ИСТОЧНИКА ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНОГО ТИПА

Копылова В. Г.,
научный руководитель д. физ.-мат. наук, профессор Белов Ю. Я.
Сибирский федеральный университет

Рассмотрена задача идентификации функции источника двумерной параболо-эллиптической системы. Исходная задача аппроксимируется задачей, в которой эллиптическое уравнение заменяется параболическим, содержащим малый параметр $\varepsilon > 0$ при производной по времени. Исследованы задача Коши и первая краевая задача. Изучению подобной задачи в одномерном случае посвящена работа [1]. Обратные задачи для эволюционных систем составного типа изучены в работах [2-4].

В полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x) |\ 0 \le t \le T, x \in E_2\}$ рассматривается задача определения функций $(u^\varepsilon(t,x), v^\varepsilon(t,x), g^\varepsilon(t))$ удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} u_t^\varepsilon(t,x) + a_{11}(t)u^\varepsilon(t,x) + a_{12}v^\varepsilon(t,x) = \mu_{11}u^\varepsilon_{x_1x_1}(t,x) + \mu_{12}u^\varepsilon_{x_2x_2}(t,x) + g^\varepsilon(t)f(t,x), \\ \varepsilon v_t^\varepsilon(t,x) + a_{21}(t)u^\varepsilon(t,x) + a_{22}v^\varepsilon(t,x) = \mu_{21}v^\varepsilon_{x_1x_1}(t,x) + \mu_{22}v^\varepsilon_{x_2x_2}(t,x) + F(t,x), \end{cases} \tag{1}$$

$\varepsilon - const, \varepsilon \in (0,1]$,
начальным условиям

$$u^\varepsilon(0,x) = u_0(x), \;\; v^\varepsilon(0,x) = v_0(x), \tag{2}$$

и условию переопределения

$$u^\varepsilon(t,x^0) = \varphi(t), \; x^0 = (x_1^0, x_2^0), \; \varphi \in C^2[0,T], \tag{3}$$

где $\varphi(t)$ - заданная функция на $[0,T]$.

Коэффициенты $\alpha_{ij}(t)$ - непрерывные действительнозначные функции, заданные на отрезке $[0,T]$, $\mu_{ij} = const > 0,\; i = 1,2,\; j = 1,2,$ функции $f(t,x),\; F(t,x)$ заданы в $G_{[0,T]}$.

Предполагается выполнение следующих условий:

- условие согласования

$$u_0(x^0) = \varphi(0); \tag{4}$$

- функции $\alpha_{ij}(t),\;\; i,j = 1,2$ непрерывно дифференцируемы на отрезке $[0,T]$:

$$\alpha_{ij}(t) \in C^2[0,T], \;\; i,j = 1,2; \tag{5}$$

- матрица

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{pmatrix}$$

порождает симметрическую и коэрцитивную билинейную форму: $a(t,\xi,\chi) = (A(t)\xi,\chi)$:

$$a(t,\xi,\chi) = a(t,\chi,\xi), \qquad \forall \xi,\chi \in E_2,$$
$$a(t,\xi,\xi) \ge \kappa|\xi|^2 \;\; \forall \xi = (\xi_1,\xi_2) \in E_2, \; t \in [0,T], \; \kappa > 0 - const. \tag{6}$$

Доказаны: разрешимость «в целом» обратной задачи при $\varepsilon > 0$; единственность классического решения обратной задачи; периодичность по пространственной переменной решений аппроксимирующих задач при $\varepsilon > 0$; априорные (равномерные по

$\varepsilon > 0$) оценки решений аппроксимирующих задач; сходимость, на основании полученных априорных оценок, решений аппроксимирующих обратных задач к решениям исходных при $\varepsilon \to 0$.

Список литературы:

1. Белов Ю.Я. О задаче идентификации функции источника для одной полуэволюционной системы // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика, 2010, Т.3, С. 487-499.
2. Belov Yu.Ya., Kopylova V.G. On some identification problem for source function to one semievolutionary system // Journal of Inverse and Ill-posed Problems, 20(2012), no.5-6, p. 723-743.
3. Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A. Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics // New York, Marcel Dekkar, Inc., 1999.
4. Романов В.Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений // Новосибирск: НГУ, 1978.
5. Белов Ю.Я., Кантор С.А. Метод слабой аппроксимации // Красноярск: КрасГУ, 1990.
6. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики // Новосибирск: Наука, 1967.