УДК 517.55

ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ ПРОДОЛЖЕНИИ КРАТНЫХ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ ЧЕРЕЗ КУСКИ ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ СХОДИМОСТИ

Мкртчян А. Д.

Научный руководитель д-р физ.-мат. наук Цих А. К.

Сибирский Федеральный Университет

Коэффициенты Тейлора ростка голоморфной функции содержат значительную информацию о возможных аналитических продолжениях этой функции. Например, по коэффициентам Тейлора можно выяснять меру множества особых точек функции на границе области сходимости и их распределения. Такого рода исследования эффективно проводились для функции одного переменного, основанные на методе интерполяции коэффициентов целыми функциями. Этот метод был развит в работах Н. У. Аракеляна и ряда других авторов. В частности, в статье [1] приведен критерий аналитической продолжимости одномерного степенного ряда через фиксированную открытую дугу из границы круга сходимости.

Цель настоящего исследования состоит в получении аналогичного результата для кратных рядов.

Пусть $D:=\{z\in C:|z|<1\}$ - открытый единичный круг, $\Delta_\alpha:=\{z=r\cdot e^{i\theta}\in C:|\theta|\le\alpha\}$ - сектор, где $\alpha\in(0,\pi]$ и $\Upsilon_{\sigma_1,\sigma_2}=\gamma_{\sigma_1}\times\gamma_{\sigma_2}$, где $\gamma_{\sigma_i}:=\partial D\setminus\Delta_{\sigma_i}$, $i=1,2$.

Доказана следующая

Теорема. *Предположим, что* $D\times D$ *- поликруг сходимости для степенного ряда*

$$\sum_{k_1,k_2} f_{k_1k_2} z_1^{k_1} z_2^{k_2}.$$

Сумма этого ряда можно аналитически продолжить через $\Upsilon_{\sigma_1,\sigma_2}$ *тогда и только тогда, когда существует целая функция* $\varphi(\zeta_1,\zeta_2)$*, которая интерполирует коэффициенты* $f_{k_1k_2}$ *и удовлетворяет следующему свойству: для любого* $\delta>0$ *существуют* $\alpha_1,\alpha_2>0$ *такие, что при* $\zeta_1\in\Delta_{\alpha_1}$, $\zeta_2\in\Delta_{\alpha_2}$ *выполняется оценка*

$$|\varphi(\zeta_1,\zeta_2)|\le C_\delta\cdot e^{(\sigma_1+\delta)|\eta_1|+(\sigma_2+\delta)|\eta_2|+o(|\zeta_1|+|\zeta_2|)}.$$

В доказательстве теоремы используется так называемый принцип разделяющих циклов [2],[3].

ЛИТЕРАТУРА

[1] N. Arakelian, W. Luh, and J. Mueller. On the localization of singularities of Lacunar power series. Complex Variables and Elliptic Functions, 52(2007), no. 7, pp. 561-573.

[2] A. K. Tsikh. Multidimensional residues and their applications. AMS. 103, Providence, 1992

[3] О. Н. Жданов, А. К. Цих, “Исследование кратных интегралов Меллина–Барнса с помощью многомерных вычетов”, *Сиб. матем. журн.*, 39:2 (1998), 281–298