УДК 681.3

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО МНОГОЦЕЛЕВОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ MODM-ЗАДАЧИ

Штарик Е.Н.
Научный руководитель - канд. техн. наук, доцент Царев Р.Ю.
Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

В работе представлен метод последовательного многоцелевого принятия решений MODM-задачи, рассмотрен алгоритм поиска наиболее предпочтительного и наилучшего компромиссного решения, а так же приведена «fuzzy»-интерпретация предлагаемого подхода для случаев дискретного множества альтернатив и неограниченного множества, допустимых недоминируемых решений; сформулирован алгоритм генерации недоминируемого решения задачи.

Рассмотрим общую постановку MODM-задачи. Необходимо минимизировать

$$\min f(x) \tag{1}$$

при ограничениях

$$q(x) \geq 0, \tag{2}$$

где f и q - вектор функции, имеющие k и m компонент соответственно.

Подмножество допустимых решений ($X \subseteq Rn$) в пространстве n переменных определяют ограничения.

При применении *MODM*-процедуры для решения поставленной задачи генерируется конечное число $r \geq k$ недоминируемых решений, удовлетворяющих предпочтениям, и формируется множество пробных решений. Обозначим это множество как

$$U=f(x^*_u),\ u=1, 2,\ldots, r. \tag{3}$$

Если не существует ни одного $x \in X$, для которого

$$f_i(x) \geq f_i(x^0)$$

$$f_j(x) > f_j(x^0), где i \neq j$$

то недоминируемая точка $x^0 \in X$.

В недоминируемой точке критериальный вектор неулучшаем и каждому неулучшаемому критериальному вектору соответствует некоторая недоминируемая точка.

Для согласования все цели f_i из множества U необходимо отобрать наилучшее компромиссное решение. Введем следующие (k+1) критериев отбора $C(i)$, $i=\overline{1,k}$ и $C(k+1)$.

$$C(i)\text{: } 0 \leq pc_i \leq pa_i \leq 100,\ \forall i=1, 2,\ldots,k,$$

где pa_i— процент достижимости для i-и целевой функции, pc_i устанавливаются экспертом, pc_i —предпочтительность i-го критерия.

$$C(k+1)\text{: } 0 \leq \sum_{i=1}^{k} (pa^g_i - pa_i) \leq E_g,$$

где pa^g_i — максимальный процент достижимости для i-й целевой функции, который рассчитывается посредством решения оптимизационной задачи (4)

$$\max_F \sum_{i=1}^{k} pa_i\ , \tag{4}$$

где F — подмножество достижимых целей, определяемое допустимым подмножеством X, E_g — максимальное неотрицательное значение разности между суммой глобальных и действительных процентов достижимости по всем k целям.

Решение, которое будет одновременно удовлетворять требованиям (k+1) критериев отбора $C(j)$, $j =1,2,...,k+1$ назовем наиболее предпочтительным. В точке, где суммы действительных и глобальных процентов достижимости целевых функций отличаются на E_g будет находиться наилучшее компромиссное решение

Для «*fuzzy*»-интерпретации подхода определим (k+1) подмножеств $U_j \in U$, $j=1, 2, ... k$ испытательных недоминируемых решений, как:

$$U_j=\{f(x^*_u):pa_j(f(x^*_u)) \text{ удовлетворяет } C(j)\};$$

$$U_{k+1}=\{f(x^*_u):pa_j(f(x^*_u)),\ i=\overline{1,k}, \text{ удовлетворяет } C(k+1)\}.$$

Определим $(k+1)$ нечетких целей, как размытые множества, с функциями принадлежности h_j, $j=1,2,..., k+1$. Если $j=1, 2, ..., k$, то

$$h_j = \begin{cases} \dfrac{pa_j - pc_j}{100 - pc_j}, 0 \le pc_j \le pa_j \le 100 \\ 0, pc_j > pa_j \end{cases}$$

если $j=k+1$, то

$$h_{k+1} = \begin{cases} 1 - \dfrac{\sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i)}{E_g}, 0 \le \sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i) \le E_g \\ 0, \sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i) > E_g \end{cases}$$

где $E_g \ge 0$, для $j=\overline{1,k}$.

Нечеткими целями назовем нечеткие множества и определим их как:

$$G_j = \{(f(x_u^*), h_j(u_j)) : f(x_u^*) \in U_j\}, j = 1,2,...,k+1.$$

Нужно найти решение, удовлетворяющее k+1 нечетким целям. При дискретном множестве альтернатив из r недоминируемых решений необходимо взять минимальное значение функции принадлежности по всем нечетким целям для получения непустого размытого множества M недоминируемых решений, которое удовлетворяет критериям выбора $C(j)$, $j =1,2,..., k+1$:

$$M = \left\{\left(f(x_u^*), \min_{1 \le j \le k+1}\{h_j(U_j)\}\right) : f(x_u^*) \in U_j\right\}.$$

Наилучшим компромиссным решением $f(x^*)$ в нечетком множестве M будет являться оптимальное решение задачи:

$$\max_{M} \min_{1 \le j \le k+1} \{h_j(U_j)\}. \qquad (5)$$

Была рассмотрена задача с дискретным множеством альтернатив из r недоминируемых решений. Приведем метод, позволяющий получить недоминируемое решение, удовлетворяющее всем критериям выбора в случае неограниченного множества допустимых недоминируемых решений.

Для неограниченного множества допустимых недоминируемых решений запишем задачу в виде:

$$\max_F Z$$

чтобы $h_j(U_j) \leq Z$, $\forall j=1,2,..., k+1$, где $h_j(U_j)$, $\forall j=1,2,..., k+1$ — функции принадлежности, определенны выше, а F — допустимое пространство целей, заданное ограничениями (2) исходной задачи.

Перепишем последнюю постановку в виде задачи нечеткого программирования: максимизировать Z, таким образом, чтобы для i = 1,2,..., k выполнялось

$$\frac{pa_j - pc_j}{100 - pc_j} \geq Z, \quad 0 \leq pc_j \leq pa_j \leq 100 \tag{5}$$

$$-\frac{\sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i)}{E_g} \geq Z \tag{6}$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^{k}(pa_i^g - pa_i) \leq E_g \tag{7}$$

$$pa_i = \left[1 - \frac{f_i(x) - f_i(x_i^*)}{f_i^+ - f_i(x_i^*)}\right]100 \tag{8}$$

$$f_i^+ \neq f_i(x_i^*); \quad f(x) = (f_1, f_2, ..., f_k) \in F \tag{9}$$

где E_g – максимальная разность между суммой глобальных и действительных процентов достижимости по всем целям $f_i(x^*_i)$ = min f_i; pc_i, $i=\overline{1,k}$ – входная информация о предпочтительности критериев, F – пространство допустимых решений, соответствующее области допустимости X, pa^g_i, $i=\overline{1,k}$ – глобальный процент достижимости целевых функций.

Для максимизации Z в качестве целевой функции в задаче нечеткого программирования требуется, чтобы любой процент достижимости при ограничении (5) имел наибольшее возможное значение и превосходил наименьшее значение предпочтения критерия. Проценты достижимости, указывающие значения относительных координат компонент решения в пространстве подмножества достижимых целей (9) определяются ограничениями (8). При ограничениях (6) и (7) требующих максимальной близости решения к «идеальному решению», оптимальным решением задачи нечеткого программирования будем считать наилучшее достижение в направлении минимизации их значений в подмножестве достижимых целей. В недоминируемой точке целевого пространства F это условие выполняется. Оптимальному решению размытой многокритериальной модели задачи нечеткого программирования соответствует недоминируемое решение *MODM*-задачи.

Алгоритм генерации недоминируемого решения задачи:

Пользователь для генерации недоминируемого решения задачи перед любой итерацией алгоритма может изменить значения предпочтительности критериев pc_i, $i=\overline{1,k}$ и E_g, представляющие максимально допускаемое значение разницы между суммой глобальных и действительных процентов достижимости. Для оценки и выбора с учетом сгенерированных ранее точек пользователь получает оптимальное значение Z и соответствующее ему недоминируемое решение *MODM*-задачи, найденые при решении размытой многокритериальной модели. Если текущее решение не устраивает, выполняется следующая итерация с измененными входными параметрами.

Список использованных источников

1. Гласс Р. Руководство по надежному программированию: Пер. с англ. М.: Финансы и статистика. 2012. – 256 с.