УДК 519.2

О СВОЙСТВАХ ДВУХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЗАВИСИМОСТИ СОБЫТИЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ПОРТФЕЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

Нифонтов А. С.,

Научный руководитель д-р физ.-мат. наук, профессор Воробьев О. Ю.

Сибирский Федеральный Университет

Институт математики и фундаментальной информатики

Свойства показателей зависимости событий. Корреляция Пирсона и Корреляция Фреше.

Эвентологическое распределение — ключевое понятие эвентологии, которое выделяет ее в самостоятельное направление теории вероятностей; определяет и вероятностное распределение множества случайных событий, выбранных из алгебры эвентологического пространства, и вероятностное распределение случайного множества событий, возможными значениями которого служат подмножества этого множества событий, составленные из событий, наступающих при наступлении элементарного события.

Корреляция Пирсона характеристика оценивающая зависимость между случайными событиями была взята из теории вероятности и математической статистики. Вычисляется нормированием ковариации событий по произведению дисперсий этих событий. Значения корреляция Пирсона принадлежат отрезку $[-1, 1]$.

$$\mathrm{Kor}_X^{(\mathrm{P})} = \frac{\mathrm{Kov}_X}{\prod_{x\in X}\sigma_x}$$

Корреляция Фреше – эвентологическая новация, не имеющая аналогов в теории вероятности. Корреляция Фреше оценивает зависимость событий множества X

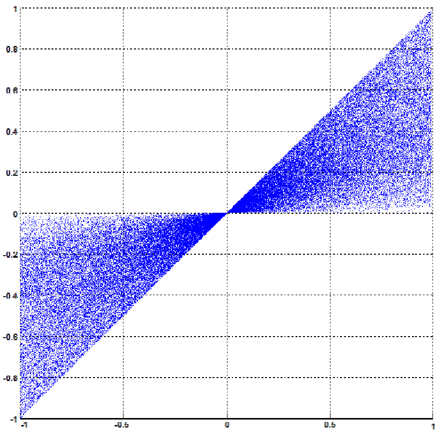
$$\mathrm{Kor}_X^{(\mathrm{F})} = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{Kov}_X}{|\mathrm{Fov}_X^{+}|}, \mathrm{Kov}_X \geq 0, \\ \dfrac{\mathrm{Kov}_X}{|\mathrm{Fov}_X^{-}|}, \mathrm{Kov}_X < 0, \end{cases}$$

где Kov_X - событийная ковариация X, Fov_X^{-} и Fov_X^{+} левая и правая граница Фреше соответственно. Границы Фреше вычисляются по формулам

$$\mathrm{Fov}_X^{-} = \max\left\{-\prod_{x\in X} p_x, \sum_{x\in X} p_x - \prod_{x\in X} p_x - 1\right\}$$

$$\mathrm{Fov}_X^{+} = \min_{x\in X}\{p_x\} - \prod_{x\in X} p_x .$$

Построим график зависимости ковариации Пирсона и ковариации Фреше.

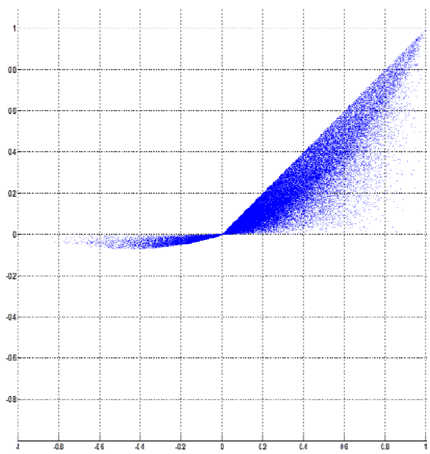


На графике изображена область распределения точек, абсциссой, которых является $\mathrm{Kor}_X^{(\mathrm{F})}$, а ординатой – $\mathrm{Kor}_X^{(\mathrm{P})}$, а множество $X = \{x, y\}$.

Теперь перейдем к средне-феноменной постановке. В данном случае X – феномен множества событий $\mathfrak{X}$ определяется для $X \subseteq \mathfrak{X}$ как

$$\mathfrak{X}^{(c|X)} = \{x, x \in X\} + \{x^c, x \in \mathfrak{X} - X\} = X + (\mathfrak{X} - X)^{(c)}.$$

Ковариация Пирсона будет определяться по формуле $\widehat{\mathrm{Kor}}_{\mathfrak{X}}^{(P)} = \sum_{X \subseteq \mathfrak{X}} \mathrm{Kor}_{\mathfrak{X}^{(c|X)}}^{(\mathrm{P})} p(\mathrm{X}//\mathfrak{X})$, а Ковариация Фреше будет $\widehat{\mathrm{Kor}}_{\mathfrak{X}}^{(F)} = \sum_{X \subseteq \mathfrak{X}} \mathrm{Kor}_{\mathfrak{X}^{(c|X)}}^{(\mathrm{F})} p(\mathrm{X}//\mathfrak{X})$. Построим график зависимости средне-феноменных ковариаций Пирсона и ковариаций Фреше.



На графике изображена область распределения точек, абсциссой, которых является $\widehat{\mathrm{Kor}}_{\mathfrak{X}}^{(\mathrm{F})}$, а ординатой - $\widehat{\mathrm{Kor}}_{\mathfrak{X}}^{(\mathrm{P})}$, а множество $\mathfrak{X} = \{x, y\}$. Значения $\widehat{\mathrm{Kor}}_{\mathfrak{X}}^{(\mathrm{F})}$ принадлежат отрезку $[-1, 1]$, а $\widehat{\mathrm{Kor}}_{\mathfrak{X}}^{(\mathrm{P})}$ – интервалу $(0.075, 1]$.

Портфельный анализ.

Формулировка эвентологической портфельной задачи Марковица имеет вид: *найти такое множество долей* $\boldsymbol{a}$ *событий в данном портфеле с известным вероятностным распределением* $\boldsymbol{p}$, *которое обеспечивает данное фиксированное значение средней доходности портфеля при его минимальном риске (дисперсии портфеля):*

$$\mathrm{E}\Upsilon_{\mathfrak{X}} = \sum_{x\in\mathfrak{X}} a_x p_x = <a>$$

$$\mathrm{D}\Upsilon_{\mathfrak{X}} = \sum_{x\in\mathfrak{X}}\sum_{y\in\mathfrak{X}} a_x a_y \mathrm{Kov}_{xy} \to \min_a$$

$$\Upsilon_{\mathfrak{X}} = \sum_{x\in\mathfrak{X}} a_x 1_x$$

$$\sum_{x\in\mathfrak{X}} a_x = 1$$

Средне-феноменная постановка отличается способами нахождения математического ожидания и дисперсии портфеля, формулы для их нахождения выглядят:

$$< \mathrm{E}\Upsilon_{\mathfrak{X}(c|\cdot)} >_{\mathfrak{X}} = |\mathfrak{X}| - \sum_{x\in\mathfrak{X}} p_x - \sum_{x\in\mathfrak{X}} a_x \sigma_x^2$$

$$< \mathrm{D}\Upsilon_{\mathfrak{X}(c|\cdot)} >_{\mathfrak{X}} = \sum_{x\in\mathfrak{X}}\sum_{y\in\mathfrak{X}} a_x a_y \mathrm{Kov}_{xy}$$

В настоящее время производится анализ свойств средне-феноменной постановки задачи Марковица. Отличается она тем, что рассматривает всё событийное пространство. Учитывает помимо доходности портфеля, возможную убыточность.