

ИЗУЧЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА СМЕШИВАНИЕ

Байкалов Д. Ю.,

научный руководитель: учитель математики **Меньших Лариса Львовна**
Физико-математический Лицей №174

Довольно часто нам приходится смешивать различные жидкости, порошки, а иногда даже газообразные или твёрдые вещества, разбавлять что-либо с водой или наблюдать испарение воды. Такие задачи постоянно встречаются в повседневной жизни. Они очень интересны и чрезвычайно занимательны. Кроме того, они представляют собой не только химический интерес, но и математический. В этом и состоит **актуальность** данной работы.

Объектом исследования в данной работе являются математические задачи на смешивание. **Предметом исследования** является решение математических задач на смешивание разными способами. **Гипотеза:** «старинный» способ решения математических задач на смешивание является самым рациональным.

Цель работы: освоение методов решения математических задач на смешивание.

Задачи:

1. Узнать, где нам пригодятся умения решать математические задачи на смешивание различными способами (задачи В14 в ЕГЭ).
2. Изучить арифметические способы решения математических задач на смешивание.
3. Изучить «старинный» способ решения математических задач на смешивание.
4. Изучить способ решения математических задач на смешивание «конверт Пирсона».
5. Проанализировать и сравнить различные способы решения математических задач на смешивание.
6. Создать дидактическое пособие по решению математических задач на смешивание.

Методы исследования:

1. Изучение литературных источников.
2. Метод анализа, синтеза, обобщения.
3. Метод сравнения.

Согласно 1 задаче умение решать математические задачи на смешивание пригодиться мне на различных олимпиадах, ГИА и ЕГЭ. Такой вывод я сделал путём анализа олимпиад, ГИА и ЕГЭ различных годов.

Согласно 2 задаче я изучил **3 арифметических способа** решения математических задач на смешивание: арифметический, решение с помощью уравнения и решение с помощью системы уравнений.

Арифметический способ решения математических задач на смешивание. Задача 1. В сосуд, содержащий 5 литров 12 процентного водного раствора некоторого

вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Эту задачу можно решить арифметическим способом по разному.

По действиям: Представим, что раствор отстоялся.

$5 + 7 = 12(\text{л})$ – объем получившегося раствора

$5 \cdot 0,12 = 0,6(\text{л})$ – объем чистого вещества в первом растворе.

$\frac{0,6}{12} \cdot 100 = 5\%$ – концентрация получившегося раствора.

По формуле:

$$p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2}$$
$$p = \frac{12 \cdot 5 + 0 \cdot 7}{5 + 7} = \frac{60}{12} = 5\%$$

где $p_1; p_2$ – концентрация первого и второго растворов соответственно.

$V_1; V_2$ – объемы первого и второго растворов соответственно

Логически: Объем раствора увеличился в 2,4 раза (было 5 л., стало 12 л. $12:5 = 2,4$), содержание вещества не изменилось, поэтому процентная концентрация получившегося раствора уменьшилась в 2,4 раза. $12:2,4=5(\%)$. Ответ: 5 %.

Решение математических задач на смешивание с помощью уравнения

Задача 2. Сколько надо взять 5 процентного и 25 процентного раствора кислоты, чтобы получить 4 л 10 процентного раствора кислоты?

Решение: $0,1 \cdot 4 = 0,4(\text{л})$ – кислоты в новом растворе.

Пусть x л. надо взять первого раствора. Тогда второго – $(4 - x)$ л., а количество получившегося раствора $2x$.

$0,05x$ л. – кислоты в первом растворе.

$0,25 \cdot (4 - x)$ л. – кислоты во втором растворе.

$0,05x + 0,25 \cdot (4 - x) = 0,05x + 1 - 0,25x = (1 - 0,2x)$ л.

$$1 - 0,2x = 0,4$$

Получим уравнение: $-0,2x = -0,6$

$$x = 3$$

3 л. надо взять первого раствора, $4 - 3 = 1$ л. – второго. Ответ: 1 л. и 3 л.

Решение математических задач на смешивание с помощью системы уравнения

Задача 3. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй- 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Условно разделим сплав на никель и еще какой-то металл.

Пусть x кг - масса первого сплава, y кг – второго, так как масса третьего сплава 200 кг, то получим уравнение $x + y = 200$.

Масса никеля в первом сплаве $(0,1x)$ кг, во втором – $(0,3y)$ кг, а в новом - $200 \cdot 0,25 = 50$ кг. Получим второе уравнение $0,1x + 0,3y = 50$.

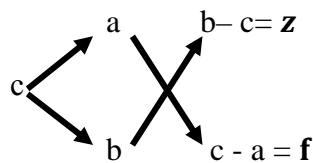
Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0,1x + 0,3y = 50. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ x + 3y = 500. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ 200 - y + 3y = 500. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50, \\ y = 150. \end{cases}$$

50 кг – масса первого сплава, 150 кг – масса второго сплава, $150 - 50 = 100$ (кг)

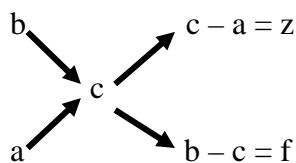
Ответ: на 100 кг.

Согласно 3 задаче я изучил «старинный» способ: составим схему, в которую слева запишем искомое-с (оно будет средним между меньшим имеющимся и большим). Затем справа друг под другом запишем имеющиеся (а-меньшее, b-большее), наконец, подсчитаем и запишем крест-накрест соответствующие разности $c-a=f$ и $b-c=z$.



Вывод: для получения c нужно взять: z частей из a и f частей из b .

Согласно 4 задаче я изучил «конверт Пирсона»: составим схему, в которую слева друг под другом имеющиеся растворы (а-меньшее, b-большее), наконец, справа посередине запишем искомое-с (оно будет средним между меньшим имеющимся и большим). Затем подсчитаем и запишем крест-накрест соответствующие разности $c-a=z$ и $b-c=f$.



Вывод: для получения c нужно взять: z частей из a и f частей из b .

Согласно 5 задаче я проанализировал каждый способ отдельно, а затем сравнил их. Всего было 5 способов решения математических задач на смешивание. В ходе анализа выяснилось, что задачи на смешивание можно решить арифметически 3 способами (по действиям, по формуле и логически); решение с помощью уравнения и системы уравнения трудоёмкие. «Конверт Пирсона» похож на «старинный» способ, но в

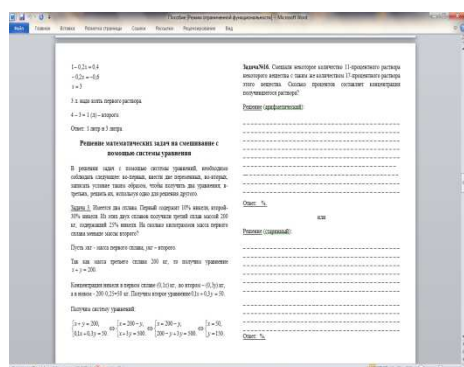
отличие от него, им можно решать только те задачи, в которых не более двух данных веществ. Также проведенный мною эксперимент подтвердил, что моя гипотеза верна.

Согласно 6 задаче я решил создать своё пособие по изучению различных способов решения математических задач на смешивание, как рабочую тетрадь, используя при этом задачи В14 из ГИА и ЕГЭ различных годов.

Вначале объясняются четыре способа решения математических задач на смешивание с примерами. Эти задачи подразделяются на 2 вида:

1. неизвестно процентное содержание получившегося раствора;
2. неизвестны массы данных растворов;

Затем идут задачи на самостоятельное решение (с ответами в конце). Фрагмент из пособия:



Эксперимент: я провел собственный эксперимент. Каждому классу была дана задача на «смешивание». Для решения давалось 5 мин. Решали её тем способом, которым умеют. По окончании времени, работы собирались для подведения итогов: сколько человек решили задачу. Многие ученики не уложились по времени, а также не смогли решить данную задачу. Затем я объяснил им «старинный» способ решения задач на смеси и сплавы и дал решить уже новую задачу этим способом. На решение так же отводилось 5 мин. После всего я попросил прокомментировать, какой способ им больше понравился и почему. **Результаты эксперимента**

Класс	Решение задач	
	Известный способ	Старинный способ
9 «А»	0 из 23 = 0%	12 из 23 = 52,1%
9 «Б»	0 из 22 = 0%	7 из 22 = 31,8%
9 «В»	5 из 21 = 23,8%	14 из 21 = 66,6%

Из данной таблицы можно увидеть:

- обычным способом задачу решило 5 из 66 учеников – 3,3%,
- «старинным» способом решило 33 из 66 учеников – 50%.

В решении задач «старинным» способом были допущены такие распространённые ошибки: вычислительные ($80-65=25$, $65-30=25$ и 15). После объяснения «старинного» способа работы были сданы в каждом классе гораздо быстрее, по истечению 2 – 3 мин. Комментарии: почти всем понравился «старинный» способ, так как занимает меньше времени, более понятен и прост в решении.

Вывод: В своей работе я рассмотрел некоторые задачи на смешивание. И решение таких задач важно с практической точки зрения. Кроме того, их просто интересно решать на досуге. Также в своей работе я рассмотрел и привел обоснование старинного способа. Используя этот способ можно решать задачи не только легче, но и наглядней. Итогом моего исследования стал дидактический материал «Изучение различных способов решения математических задач на смешивание», который может быть использован для самостоятельного изучения.