

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПОРИСТЫХ МЕТАЛЛОВ**

**Краснов А. А.**

**научный руководитель д-р физ.-мат. наук Садовский В.М.**

***Сибирский федеральный университет***

С развитием технологий обнаруживается все больше возможностей модификации традиционных материалов, например металла. Структура, состоящая, как правило, из алюминия, и содержащая большое количество наполненных газом пор — называется металлическая пена. Как правило, примерно 75 - 95 % ее объема составляют пустоты. Материал обладает уникально малым весом — некоторые виды металлической пены настолько легки, что плавают на поверхности воды. При этом прочность такой пены в несколько раз превышает прочность традиционного металла.

О пористых металлах заговорили еще в 1990-х годах. Считалось, что отличительной чертой такого материала является низкая плотность: 0,4 - 1 грамм на кубический сантиметр. В силу особенностей своей структуры металлическая пена способна поглощать большое количество энергии при относительно низком уровне напряжения. Технология обеспечила возможность сочетания различных металлов и получения изделий разнообразной формы. Исследования осуществлялись с алюминием, но возможно получение пены из олова, цинка, бронзы, свинца, латуни и других металлов.

Как и все в науке, металлическая пена подверглась совершенствованию. Недавно доктор Афсанех Рабией из университета Северной Каролины (Dr. Afsaneh Rabiei - North Carolina State University) открыла самую прочную металлическую пену в мире. Материал может сжиматься до 80 % своего размера под действием веса и сохранять первоначальную форму. Новая металлическая пена уникальна благодаря своей однородности ячеек и их стенок. Именно это придает ей прочность и эластичность, необходимую для сжатия без деформации.

Сферы применения такой металлической пены — самые разнообразные. Наиболее же перспективным является использование в автомобиле- и машиностроении. Полагают, что металлическая пена может применяться в качестве элементов боковой и лобовой обшивки кузовов автомобилей и железнодорожных вагонов в целях максимального поглощения энергии удара при столкновениях. Металл идеален при создании военной амуниции, в строительстве — эластичная и прочная пена в конструкции зданий способна выдержать любое землетрясение. Материал идеально подходит для создания крупногабаритных чрезвычайно прочных конструкций — другого материала, который способен обеспечить такое соотношения прочности и веса, человечество еще не придумало. Безусловно, она будет активно применяться в космических технологиях, где минимизация массы имеет огромное значение.

Математическому моделированию поведения пористых сред под действием статических и динамических нагрузок посвящено достаточно большое число работ. Однако, единой теории к настоящему времени еще не создано. Основные трудности на этом пути связаны с тем, что пористые материалы также обладают свойством разносопротивляемости: под действием сжимающих напряжений вплоть до момента схлопывания пор такие материалы оказываются более податливыми, чем при дальнейшем сжатии.

Пористость определяется как отношение объема пор к объему пористого материала:  $\varepsilon_0 = V_0 / V$ . Если через  $\rho$  обозначить плотность исходного (сплошного) металла, то, пренебрегая наличием газа в порах, плотность пористого металла можно

вычислить по формуле:  $\rho_0 = \rho(V - V_0)/V$ . Следовательно,  $\varepsilon_0 = (\rho - \rho_0)/\rho$ . Для высокопористых материалов деформация объема, вызванная схлопыванием пор, значительно выше сопутствующей деформации объемного сжатия сплошного материала скелета, поэтому поры исчезают при объемной деформации, приблизительно равной  $\theta_0 \approx ((V - V_0) - V)/V = -\varepsilon_0$ . Процесс разгрузки сжатой пористой среды может быть обратимым или необратимым. В первом случае поровое пространство полностью восстанавливается при нулевом напряжении, во втором — в пределах цикла «нагрузка-разгрузка» поры меняются в размерах. Можно моделировать эффект схлопывания пор как результат потери устойчивости пористого скелета.

Реологическая схема общего вида для пористого материала приведена на рис. 1.

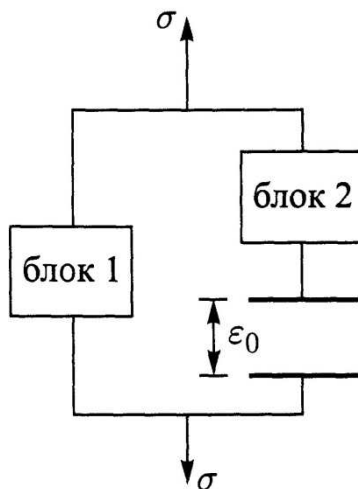


Рисунок 1

На этой схеме блок 1, состоящий из элементов, расположенных параллельно предварительно растянутому жесткому контакту, характеризует механические свойства скелета с раскрытыми порами. Величина начальной деформации жесткого контакта  $\varepsilon_0$  определяется удельным объемом пор. Блок 2, состоящий из элементов, расположенных по отношению к жесткому контакту последовательно, описывает повышение прочности сжатого скелета. В более общем случае в данную схему последовательно может быть добавлен еще один блок реологических элементов, который моделирует деформацию среды, не зависящую от состояния пор.

Заменяя блоки 1 и 2 упругими пружинами, получим простейшую модель идеально упругой пористой среды, реологическая схема которой изображена на рис. 2, а.

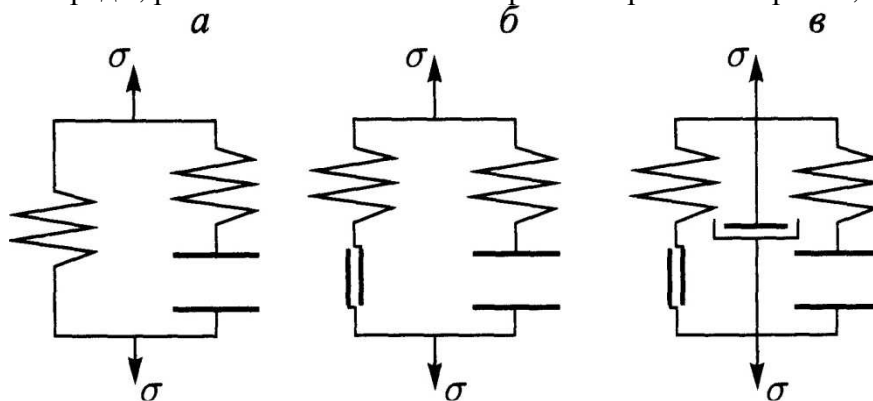


Рисунок 2

В соответствии с этой моделью, при растяжении материала и при сжатии до критического значения деформации  $\varepsilon = -\varepsilon_0$  выполняется уравнение  $\sigma = \varepsilon/a$ , а при

сжатии сверх критического значения  $\varepsilon < -\varepsilon_0$  — уравнение  $d\sigma = (1/a + 1/b)d\varepsilon$  ( $a$  и  $b$  — модули упругой податливости пружин). Процесс деформирования такой среды является термодинамически обратимым. Диаграмма одноосного растяжения-сжатия изображается двухзвенной ломаной на рис. 2, а.

На рис. 2, б приведена реологическая схема упругопластической пористой среды, в которой процесс сжатия после схлопывания пор описывается с помощью модели линейного упрочнения. Если напряжение по модулю не превосходит предела текучести пластического шарнира  $\sigma_s$ , то деформирование среды в точности соответствует упругой модели. Растягивающее напряжение выше  $\sigma_s$  приложить невозможно: при  $\sigma = \sigma_s$  происходит течение материала за счет увеличения размера пор. При сжатии возникает эффект пластического упрочнения.

Чтобы получить однозначное описание деформирования материала при заданной программе нагружения, добавим в схему регуляризирующий вязкий элемент (см. рис. 2, в). Соответствующая такой схеме модель учитывает вязкие свойства скелета. При стремлении  $\eta$  к нулю она превращается в модель упругопластической пористой среды.

Определяющие соотношения жесткого контакта формулируются в виде вариационного неравенства:

$$(\tilde{\sigma} - \sigma^c) : (\varepsilon^c + \varepsilon^0) \leq 0, \quad \tilde{\sigma}, \sigma^c \in K.$$

Здесь  $\varepsilon^c = \varepsilon - b : \sigma^c$  — тензор деформаций пористого скелета,  $\varepsilon^0 = \varepsilon_0 \delta / 3$  — шаровой тензор начальной пористости материала ( $\delta$  — символ Кронекера),  $K$  — выпуклый конус в пространстве напряжений, с помощью которого моделируется переход от пористого к сплошному состоянию материала. В дальнейшем в качестве  $K$  используется круговой конус Мизеса-Шлейхера:

$$K = \{\tilde{\sigma} \mid \tau(\tilde{\sigma}) \leq \alpha p(\tilde{\sigma})\},$$

где  $\alpha$  — феноменологический параметр дилатансии,  $p(\tilde{\sigma}) = -\tilde{\sigma} : \delta / 3$  — гидростатическое давление,  $\tau(\tilde{\sigma})$  — интенсивность касательных напряжений, вычисляемая через девиатор тензора напряжений  $\tilde{\sigma}' = \tilde{\sigma} + p(\tilde{\sigma})\delta$  по формуле:  $\tau^2(\tilde{\sigma}) = \tilde{\sigma}' : \tilde{\sigma}' / 2$ .

Математическая модель, описывающая динамическое деформирование пористого металла при малых деформациях и поворотах элементов, записывается в виде системы:

$$\rho \dot{v} = \nabla \cdot \sigma + \rho_0 f,$$

$$(\tilde{\sigma} - \sigma^p) : (a : \dot{\sigma}^p - \nabla v) \geq 0, \quad \tilde{\sigma}, \sigma^p \in F,$$

$$b : \dot{s} = (\nabla v + \nabla v^*) / 2, \quad \sigma = \sigma^p + \pi_K(s).$$

Начальные условия, описывающие естественное (ненапряженное) состояние материала имеют следующий вид:

$$v|_{t=0} = 0, \quad \sigma^p|_{t=0} = 0, \quad s|_{t=0} = b^{-1} : \varepsilon^0.$$

Граничные условия ставятся в обычной форме — в скоростях  $v|_{\Gamma} = v^0(x)$  или в напряжениях  $\sigma|_{\Gamma} \cdot \nu(x) = q(x)$ , где  $\nu$  — вектор внешней нормали к границе,  $v^0$  и  $q$  — заданные функции. Корректность постановки граничных условий вытекает из интегральных оценок разности двух решений.

Для численного моделирования используется модифицированный комплекс параллельных программ для решения двумерных упругопластических задач динамики сыпучих сред на многопроцессорных вычислительных системах. Программирование

выполнено по технологии *SPMD* (*Single Program — Multiple Data*) на языке *Fortran-90* с использованием библиотеки *MPI* (*Message Passing Interface*).