УДК 519.234

ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОЦЕССОВ СО СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА ВХОДА

Чжан Е.А.,

научный руководитель канд. тех. наук Сергеева Н.А.

Сибирский федеральный университет

Введение. Актуальной на сегодняшний день является проблема построения систем управления производством. От качества управления зависит и качество продукции, его стоимость. При проектировании систем управления необходимо получить всю доступную информацию о процессе. На основе априорной информации решить задачу идентификации, т.е. построить адекватную модель, которая наиболее полно и достоверно отражала бы те свойства процесса, которые интересуют исследователя.

На практике встречаются процессы, входные переменные которого стохастически связаны. В этом случае при решении задачи идентификации необходимо учитывать ряд особенностей.

Постановка задачи. Рассмотрим процесс, входные переменные которого стохастически связаны. Далее такого рода процессы будем называть «трубчатыми» или Н-процессами [1].

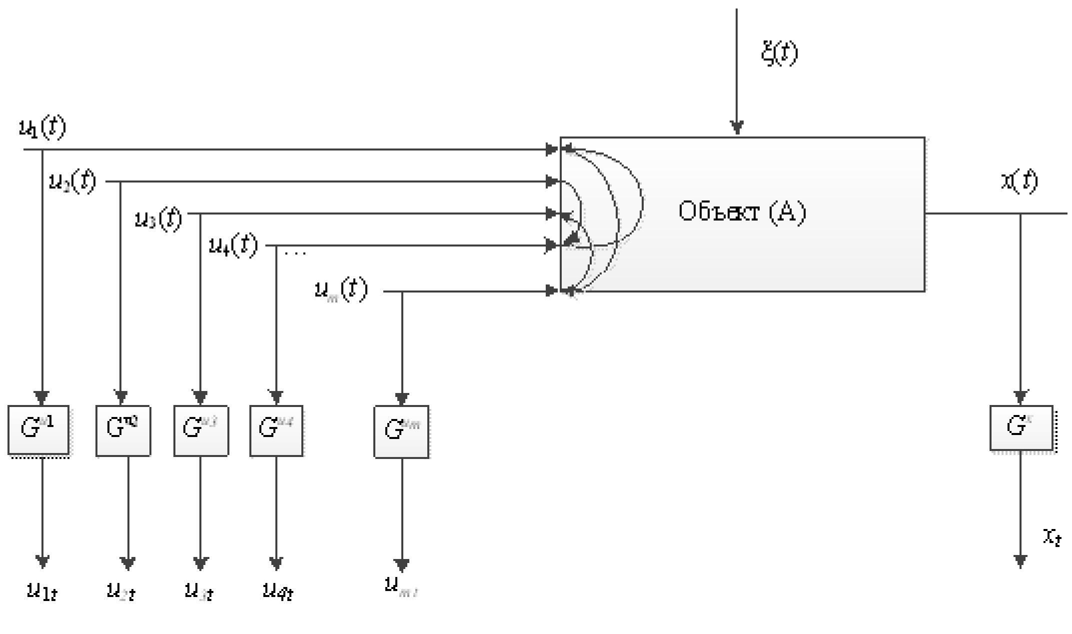

Рис.1. Общая схема исследуемого объекта

Рис.1. Общая схема исследуемого объекта

На рис. 1 приняты обозначения: А – неизвестный оператор объекта, $x(t)\in\Omega(x)\subset R^1$ – выходная переменная процесса, $u(t)=u_1(t),u_2(t),...,u_m(t)$, $u(t)\in\Omega(u)\subset R^m$ – векторное входное воздействие, $\xi(t)$ – случайное воздействие, (t) – непрерывное время, $G^{u_i}, i=\overline{1,m}$, G^x – каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля. В каналах измерения входных и выходных переменных действуют случайные помехи с нулевыми математическими ожиданиями и ограниченными дисперсиями.

Необходимо восстановить зависимость между входными и выходными переменными процесса. Особенность «трубчатых» процессов состоит в том, что не только выходные переменные зависят от входных воздействий, но и между входными переменными существует стохастическая зависимость.

«Трубчатые» процессы. Рассмотрим дискретно-непрерывный процесс, входные переменные которого связаны между собой стохастической зависимостью. Из соображений простоты рассмотрим трехмерный объект: $u_1 \in R^1$, $u_2 \in R^1$, $x \in R^1$ (рис. 2). Причем входные переменные процесса связаны стохастической зависимостью, вид которой исследователю не известен.

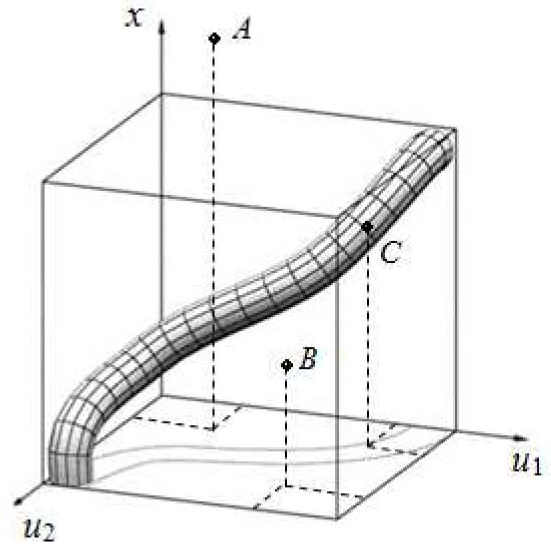

Рис. 2. «Трубчатый» процесс

Интервалы изменения «входных-выходных» переменных $(u_1, u_2, x) \in R^3$ всегда известны из технологического регламента, технических условий (ТУ) или из требований ГОСТ. Без нарушения общности выделим в R^3 единичный куб. На рис. 2 куб – это интервалы измерения переменных, область возможных значений согласно требованиям. Реально протекающий процесс же принадлежит подобласти $\Omega^H(u_1, u_2, x) \subset \Omega(u_1, u_2, x)$, которая никогда не известна.

Таким образом, $u_1 \in [0;1]$, $u_2 \in [0;1]$, $x \in [0;1]$, а триада $(u_1, u_2, x) \in \Omega^H(u_1, u_2, x)$. Ясно, что не каждое значение триады (u_1, u_2, x), полученной в эксперименте или измеренной на реальном процессе, будет принадлежать единичному кубу $\Omega(u_1, u_2, x)$. Следует отметить, что в теории идентификации области $\Omega(u_1, u_2, x)$, $\Omega(u_1, u_2)$, $\Omega(u_1)$, $\Omega(u_2)$, $\Omega(x)$ всегда известны, а область $\Omega^H(u_1, u_2, x)$ не известна никогда. В случае стохастической независимости входных переменных процесса, $\Omega^H(u_1, u_2, x)$ совпадает с $\Omega(u_1, u_2, x)$, т.е. $\Omega^H(u_1, u_2, x) = \Omega(u_1, u_2, x)$.

Рассмотрим теперь возможное расположение точек выборки. У точек выборки значения входных переменных принадлежат области допустимых значений, которые известны из технологического регламента (рис. 2).

Возможно три варианта. Так, у точки *A*: $(u_1, u_2) \in \Omega(u_1, u_2)$, но переменная x выходит за рамки технологического регламента. Выход за рамки технологического регламенты может привести к последствиям, таким как авария или поломка оборудования. Значение выходной переменной у данной точки не принадлежит области возможных значений, поэтому такую точку из выборки легко исключить.

В некоторых случаях, значения входных и выходных переменных принадлежат регламенту (точка *B*), однако данная точка не принадлежит истинной области протекания процесса. Такое задающее воздействие также является нереализуемым, но в этом случае данную точку исключить из выборки весьма трудно, т.к. ее значения переменных находятся в рамках регламента.

Наличие таких точек в выборке (*A* и *B*) может значительно ухудшить качество модели. Но самым негативным является тот факт, что при реализации на практике задающих воздействий из области регламента $(u_1, u_2) \in \Omega(u_1, u_2)$, но не принадлежащей «трубке» $(u_1, u_2) \notin \Omega^H(u_1, u_2)$, может произойти авария.

Лишь точки, у которых значения входных переменных взяты из области $(u_1, u_2) \in \Omega^H(u_1, u_2)$, принадлежат «трубчатой» области (точка *C*). В данной точке процесс существует. Вся сложность заключается в том, что область $\Omega^H(u_1, u_2)$, как и область $\Omega^H(u_1, u_2, x)$, остается неизвестной. Вследствие того, что входные переменные зависимы, входные переменные могут принимать не любое значение из области $\Omega(u_1, u_2)$, а лишь из некоторой подобласти $\Omega^H(u_1, u_2)$.

В приведенном примере был взят для наглядности трехмерный объект. В этом случае легко можно проверить, существует ли зависимость между входными переменными. Если же объект многомерный, то определение, какие переменные зависимы – трудоемкая задача, решить которую в некоторых случаях практически невозможно, т.к. для этого придется проверить большое число вариантов.

Идентификация «трубчатых» процессов. Рассмотрим моделирование процессов, имеющих подобную структуру. Обычно в задаче идентификации безынерционных объектов предполагается наличие некоторой параметризованной модели, представляющей собою поверхность в пространстве «входных-выходных» переменных:

$$\hat{x}_\alpha(u) = \hat{f}(u, \alpha_s) \ , \tag{1}$$

где α_s – вектор параметров. В том случае, когда компоненты вектора входных переменных статистически зависимы, т.е. мы имеем дело с «трубчатой» структурой объекта, необходимо ввести индикатор $I(u)$. Модель вышеприведенного типа при этом должна быть скорректирована следующим образом:

$$\hat{x}(u) = \hat{f}(u, \alpha_s) I_s(u) \, , \tag{2}$$

где в качестве оценки индикатора можно принять следующее приближение:

$$I_s(u) = \operatorname{sgn}(sc_s) \sum_{i=1}^{s} \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(c_s^{-1}\left(u^j - u_i^j\right)\right) \ , \tag{3}$$

Параметр размытости ядра c_s и колоколообразная функция $\Phi\left(c_s^{-1}\left(u^j - u_i^j\right)\right)$, имеющая вид треугольного ядра, удовлетворяют следующим условиям сходимости [2, 3]:

$$\begin{aligned}
&c_s > 0; && \lim_{s\to\infty} c_s = 0; \\
&\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) \geq 0; && \int_{\Omega(u)} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) du^j < \infty; \\
&\lim_{s\to\infty} c_s^{-1} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) = \delta(u^j - u_i^j); && \lim_{s\to\infty} s c_s^m = \infty.
\end{aligned} \tag{4}$$

Если при заданном произвольном значении входных переменных значение выхода объекта не принадлежит технологическому регламенту, то такую точку легко исключить из выборки. Однако возможен случай, когда значения выхода принадлежит регламенту, в этом случае найти и исключать такую точку из выборки довольно трудно. Возникает необходимость использования индикаторной функции.

Оценку индикатора (3) можно модифицировать следующим образом:

$$I_s^{'}(u) = \operatorname{sgn} \sum_{i=1}^{s} \Phi\left(c_s^{-1}\left(\hat{x}_s(u) - x_i\right)\right) \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(c_s^{-1}\left(u^j - u_i^j\right)\right), \qquad (5)$$

где $\hat{x}_s(u)$ – прогноз выхода объекта, полученный по следующей формуле:

$$x_s(u) = \sum_{i=1}^{s} x_i \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(c_s^{-1}\left(u^j - u_i^j\right)\right) \Big/ \sum_{i=1}^{s} \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(c_s^{-1}\left(u^j - u_i^j\right)\right). \qquad (6)$$

Используя индикатор (3), можно определить принадлежат ли данные значения вектора входных переменных u области $\Omega^H(u)$. Вычисляя значения индикаторной функции (5), рассматривается принадлежность точки не только к «трубчатой» области по входным переменным, но и по выходным. Тем самым можно определить, является ли точка «выбросом». Оценка индикатора (5) обладает робастными свойствами.

Заключение. При идентификации «трубчатых» процессов необходимо учитывать, что процесс протекает не во всей регламентированной области. При получении прогноза выхода объекта, исследователь может выбрать точку из регламентированной области, однако не принадлежащую процессу. В этом случае, необходим метод, позволяющий исключить такую точку. Предлагается ввести индикаторную функцию с целью выявления точек, не принадлежащих «трубчатой» области. Предложена модификация индикаторной функции.

Список литературы

1. Медведев А.В. Непараметрические системы адаптации. – Новосибирск: Наука, 1983. - С. 174.

2. Медведев А.В. Анализ данных в задаче идентификации // Компьютерный анализ данных моделирования. Минск: БГУ, 1995. Т. 2. С. 201-206.

3. Надарая Э.А. Непараметрические оценки плотности вероятности и кривой регрессии. – Тбилиси: Издательство Тбилисского университета, 1983. - С. 194.