

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДУКЦИОННОЙ ТИГЕЛЬНОЙ ПЕЧИ

М.В. Шеляг

Научный руководитель д-р техн. наук М.В. Первухин  
Сибирский федеральный университет

Тигельная индукционная печь – это электротермическая установка, где нагрев тел происходит в электромагнитном поле за счёт теплового действия вихревых электрических токов, протекающего по нагреваемому телу и возбуждаемого в нём благодаря явлению электромагнитной индукции.

Индукционная тигельная печь (ИТП), представляет собой плавильный тигель, цилиндрической формы, выполненный из огнеупорного электропроводящего материала и помещённый в полость индуктора, подключенного к источнику переменного тока (рис.1). Исследуемая печь применяется для плавки цветных металлов в лабораторных условиях.

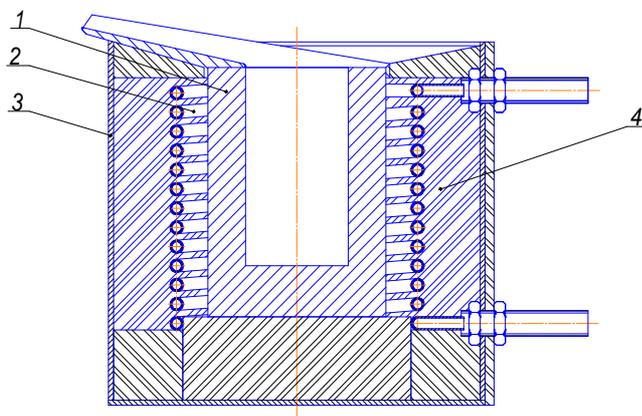


Рис. 1. – Индукционная тигельная печь  
1 – графитовый стакан-тигель; 2 – водоохлаждаемый индуктор;  
3 – кожух; 4 – футеровка.

Цель данного исследования выяснить, какой из методов расчета параметров ИТП даст наиболее близкие значения к реальным параметрам печи уже введенной в эксплуатацию. Это поможет в дальнейших разработках подобного оборудования, или же модернизации уже готового оборудования;

Для решения поставленной задачи построим 2D модель исследуемого объекта в программном пакете конечно-элементного анализа ANSYS, и зададим свойства материалов.

Были определены базовые параметры источника питания и геометрии расчетной области: рабочая частота 40 кГц; ток в индукторе 1000 А; высота тигля 195 мм; внешний диаметр тигля 150 мм; внутренний диаметр тигля 90 мм; объем 1000 см<sup>3</sup>;

Физические свойства материалов были приняты следующими:

- удельное электрическое сопротивление графитового тигля  $\rho_c = 8 \cdot 10^{-6}$  Ом·м;
- удельное электрическое сопротивление медного витка индуктора  $\rho_{cu} = 1,72 \cdot 10^{-8}$  Ом·м;
- относительная магнитная проницаемость  $\mu_a = 1$ ;

Приняты следующие допущения:

- электромагнитное поле в расчетной области изменяется по гармоническому закону;

- задача решается в двумерной постановке, и имеет осевую симметрию относительно оси  $y$ ;
- расчетную область ограничивает среда с идеальными магнитными свойствами;

Анализ электромагнитного поля сводится к решению системы уравнений описывающих его. Это уравнение векторного потенциала и уравнение непрерывности:

$$\nabla^2 A = -\mu_0 \delta, \quad \nabla \delta = 0, \quad (1)$$

где  $A$  – векторный потенциал;  
 $\delta$  – вектор плотности тока;  
 $\mu_0$  – магнитная постоянная;

С учетом принятых допущений, систему уравнений (1) для решения задачи можно записать в комплексном виде:

$$\nabla^2 \dot{A} = -\mu_0 \dot{\delta}, \quad \nabla \dot{\delta} = 0, \quad (2)$$

Комплексная плотность тока:

$$\dot{\delta} = -j\gamma\omega\dot{A}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – удельная электрическая проводимость  $I/(Om \cdot m)$ ;  
 $\omega$  – угловая частота,  $rad/c$ .

Система уравнений решается для двух компонент магнитного векторного потенциала:

$$\dot{A} = \overline{e}_x \dot{A}_x + \overline{e}_y \dot{A}_y \quad (4)$$

На границе расчетной области для касательной и нормальной составляющей магнитного векторного потенциала задаются условия:

$$\left. \frac{\partial \dot{A}_t}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0; \quad \dot{A}_n \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (5)$$

Результаты решения для наглядного сравнения сведены в таблицу. Выражения для расчета интегральных параметров представленных в таблице:

Уравнение мощности,  $Bm$ :

$$P = I_u^2 R, \quad (6)$$

где  $I_u$  – ток индуктора,  $A$ ;  
 $R$  – активное сопротивление индуктора,  $Om$ ;

Коэффициент полезного действия системы:

$$\eta = \frac{P_m}{P}, \quad (7)$$

где  $P_m$  – активная мощность, переданная в тигель, Вт;

Уравнение напряженности электрического поля, В/м:

$$\dot{E} = -j\omega\dot{A}, \quad (8)$$

Уравнение активного сопротивления индуктора, Ом:

$$R = \frac{P}{\dot{I}_u^2}, \quad (9)$$

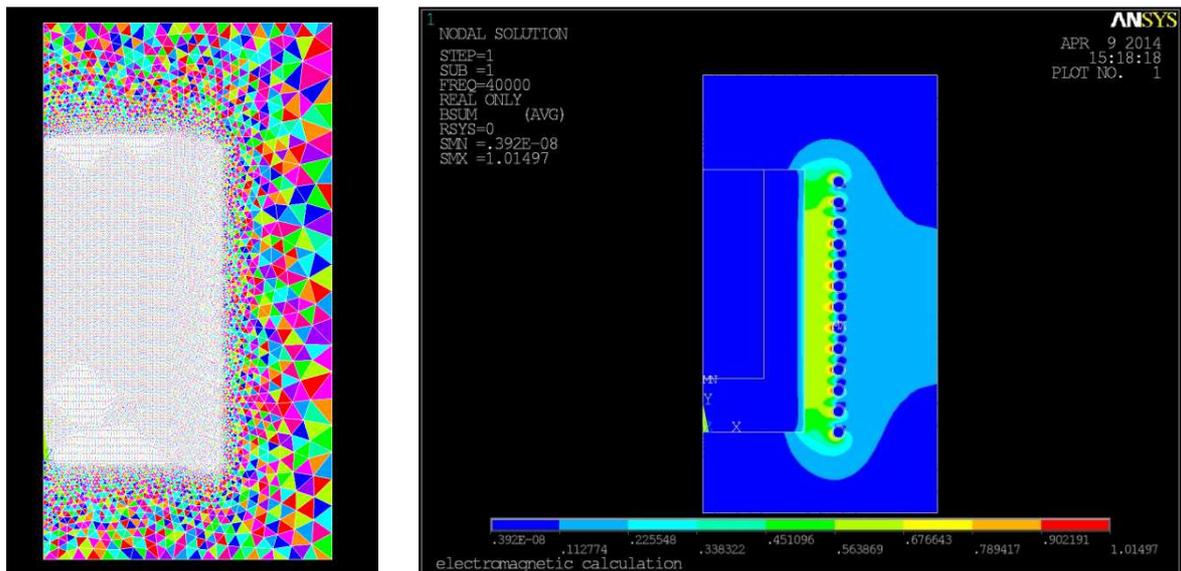
Уравнение реактивного сопротивления индуктора и сопротивление рассеяния, Ом:

$$X_L = j\frac{Q}{\dot{I}_u^2}, \quad jx_s = j\frac{Q_{рас}}{\dot{I}_2^2}, \quad (10)$$

где  $Q$  – реактивная мощность, вар;

$Q_{рас}$  – реактивная мощность рассеяния, вар;

$\dot{I}_2$  – ток, проходящий через графитовый тигель, А;



а)

б)

Рис. 2. – Визуализация расчета электромагнитной задачи в программном пакете ANSYS

а) конечно-элементная сетка;

б) распределение магнитной индукции в расчетной области;

Конечно-элементная сетка имеет 129159 узлов и 64420 элементов, что обеспечит достаточную точность и детальность расчета (рис. 2а).

Таблица – Результаты расчета

Единица измерения	Паспортные данные печи	Данные полученные аналитическим путем	Решение в ANSYS
Мощность, <i>кВт</i>	4,2	3,5	4
КПД	0,8	0,8	0,75
Активное сопротивление индуктора, <i>Ом</i>	-	$4,3 \cdot 10^{-5}$	$5,1 \cdot 10^{-5}$
Активное сопротивление тигля, <i>Ом</i>	-	$7,05 \cdot 10^{-2}$	$6,3 \cdot 10^{-2}$
Реактивное сопротивление тигля, <i>Ом</i>	-	$1,66 \cdot 10^{-4}$	$1,47 \cdot 10^{-4}$
Реактивное сопротивление рассеяния, <i>Ом</i>	-	$5,28 \cdot 10^{-2}$	$4,7 \cdot 10^{-2}$
Уровень напряженности электромагнитного поля на рассеянии 0,5 м	20 В/м 2 А/м	-	23,7 В/м 1,67 А/м

Получили следующие выводы. При решении поставленной задачи двумя разными способами, были получены довольно близкие по значению результаты. Однако есть и свои особенности. При решении в программном пакете ANSYS можно наглядно визуализировать результат и посмотреть распределение электромагнитного поля и нагрузок в каждом отдельном элементе расчетной сетки, что дает наиболее полную картину расчета (рис. 2б).

Решение задачи аналитическим методом, получается довольно обобщенным результатом без распределения на конечные элементы. Такое решение можно использовать в расчете печи, но без детального анализа влияний нагрузок на геометрию. Также полученные данные этим способом можно использовать в качестве ориентировочных данных, при задании решений другими способами.