

СИЛОВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ЭММ

Щипунов С.Д., Нечупей П.С.

Научные руководители: ст.преподаватель Беляков Е.В.

доцент . Колотов А.В.

Сибирский Федеральный Университет

Важным этапом проектирования любых машин и механизмов является динамический анализ основных силовых подсистем. В работе приводятся зависимости для нахождения силовых характеристик эксцентрикового эпициклического механизма (ЭММ).

Задачей исследования силовых характеристик ЭММ при заданном моменте на входном звене, является нахождение параметров абсолютных сил и моментов, в найденных контактных точках зацепления сателлитов, при условии неравных межосевых расстояний между осями вращения центральных колес и осью сателлитов.

На рисунке 1 представлена силовая схема нагружения ЭММ в котором остановлено центральное корончатое колесо 3, звеном входа является, водило H , сложное движение совершает центральная шестерня 1. Передаточное отношение ЭЭМ запишется в виде U_{H1}^3 . Здесь принята следующая система обозначений: все окружные силы взаимодействия звеньев механизма обозначены буквой F с индексами; первый индекс обозначает звено, со стороны которого действует сила, второй – звено, на которое действует сила. Условия равновесия сателлитов ЭЭМ имеют следующий вид:

$$F_{12} = F_{32} \text{ и } F_{2H} = -2 \cdot F_{12}$$

$$F_{14} = F_{34} \text{ и } F_{4H} = -2 \cdot F_{14}$$

$$F_{12} = 2 \cdot M / d$$

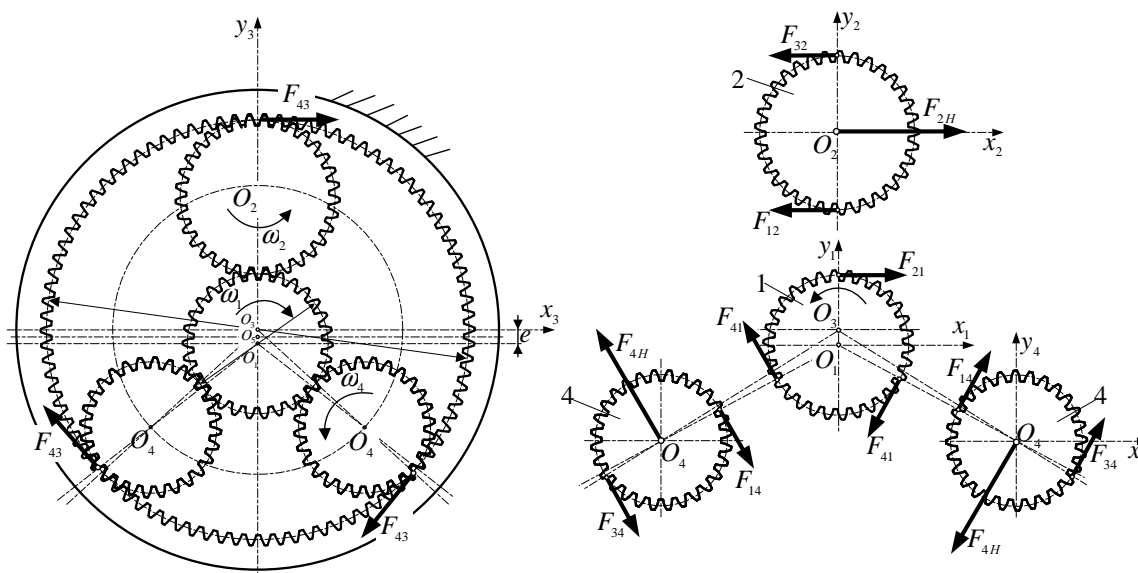


Рисунок 1 – Силовая схема нагружения ЭПМ

Запишем выражения моментов, действующих на центральные колеса и сателлиты, с учетом того, что ось центральной шестерни, совершающая сложное движение смещена на величину эксцентриситета e , относительно корончатого колеса и оси вращения водила (рис.1) и межосевые расстояния $O_1O_2 \neq O_3O_2 \neq O_1O_4 \neq O_3O_4$.

– момент внешних сил относительно оси вращения водила $O_H = O_3$, приложенных к максимальному 2 и промежуточному 4 спутнику соответственно:

$$\left. \begin{aligned} M_{2H\text{отн.}} &= F_{2H} \cdot O_3O_2 \\ M_{4H\text{отн.}} &= F_{4H} \cdot O_3O_4 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

здесь $O_3O_2 = r_1 + r_2 - e$; $O_3O_4 = r_3 - r_4$

тогда,

$$\left. \begin{aligned} M_{2H\text{отн.}} &= F_{2H} \cdot (r_1 + r_2 - e) \\ M_{4H\text{отн.}} &= F_{4H} \cdot (r_3 - r_4) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

– момент внешних сил относительно оси вращения центральной шестерни O_1 , приложенных к максимальному и промежуточному спутнику соответственно:

$$\left. \begin{aligned} M_{2H\text{пер.}} &= F_{2H} \cdot O_1O_2 \\ M_{4H\text{пер.}} &= F_{4H} \cdot O_1O_4 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

здесь $O_1O_2 = r_1 + r_2$; $O_1O_4 = r_1 + r_4$

тогда,

$$\left. \begin{aligned} M_{2H\text{пер.}} &= F_{2H} \cdot (r_1 + r_2) \\ M_{4H\text{пер.}} &= F_{4H} \cdot (r_1 + r_4) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Абсолютные моменты определяются суммой относительных $M_{i\text{отн.}}$ и переносных $M_{i\text{пер.}}$ моментов максимального и промежуточного спутников:

$$\left. \begin{aligned} M_{2\text{абс.}} &= M_{2\text{отн.}} + M_{2\text{пер.}} \\ M_{4\text{абс.}} &= M_{4\text{отн.}} + M_{4\text{пер.}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставив выражения моментов (2) и (4) в (5) соответственно, получим:

$$\left. \begin{aligned} M_{2H\text{абс.}} &= F_{2H} \cdot (r_1 + r_2 - e) + F_{2H} \cdot (r_1 + r_2) = F_{2H} \cdot (2 \cdot r_1 + 2 \cdot r_2 - e) \\ M_{4H\text{абс.}} &= F_{4H} \cdot (r_3 - r_4) + F_{4H} \cdot (r_1 + r_4) = F_{4H} \cdot (r_3 + r_1) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Окружные силы, действующие в ЭПМ, определяются из следующих выражений:

$$\begin{aligned} F_{12} \cdot \cos \gamma &= -F_{21} \cdot \cos \gamma; & F_{H2} &= F_{12} + F_{32} = 2 \cdot F_{12} \\ F_{14} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} &= -F_{41} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} & F_{H4} &= F_{14} + F_{34} = 2 \cdot F_{14} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \\ F_{32} \cdot \cos \lambda &= -F_{23} \cdot \cos \gamma; & F_{2H} \cdot \cos \gamma &= -F_{H2} \cdot \cos \gamma \\ F_{34} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} &= -F_{43} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}; & F_{4H} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} &= -F_{H4} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \end{aligned}$$

$$F_{iH} = M_H / R_i \quad \text{или} \quad F_{iH} = \frac{2 \cdot M_H}{d_c \cdot c}$$

где c – число спутников, d_c – диаметр расположения спутников.

Подставив выражения окружных сил действующих на спутниках в (6) соответственно, получим:

$$\left. \begin{aligned} M_{2H\text{абс.}} &= F_{2H} \cdot (2 \cdot r_1 + 2 \cdot r_2 - e) = F_{2H} \cdot (2 \cdot r_1 + 2 \cdot r_2 - e) \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \\ M_{4H\text{абс.}} &= F_{4H} \cdot (r_3 + r_1) = F_{4H} \cdot (r_3 + r_1) \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

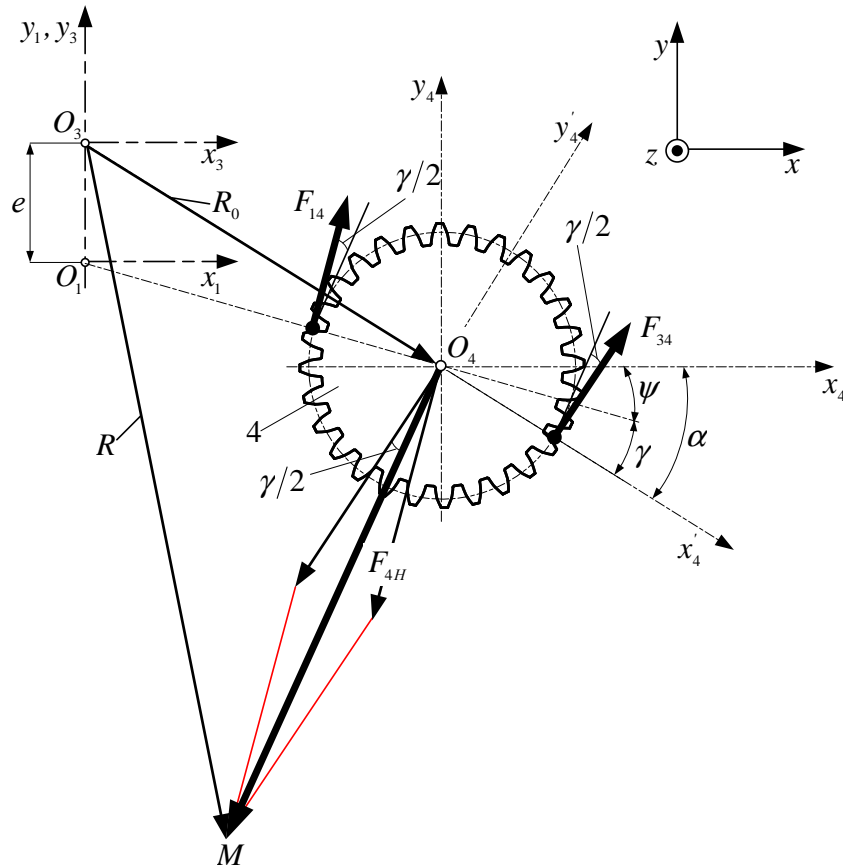


Рисунок 2 – Схема сил промежуточного сателлита

Далее для исследования поведения векторов сил появляющихся в зацеплениях механизма рассмотрим силовой анализ ЭММ в векторно – матричной форме. Из рис. 2. видно, что направления векторов сил зависит от положения сателлита и угла γ , в пределах которого изменяется их величина. Пусть $x_3O_3y_3$ – абсолютная (жесткая) система координат (рис. 2), относительно которой будем рассматривать остальные системы сил звеньев ЭММ. Система координат $x_4O_4y_4$ – , получающаяся из системы $x_3O_3y_3$ и зависит от поступательного перемещения, $x'_4O_4y'_4$ – система координат, жестко связанная с промежуточным сателлитом. Вектор R_0 задан своими компонентами в системе $x_4O_4y_4$, а вектор F_{34} в системе $x'_4O_4y'_4$. Очевидно, что F_{34} – переменный вектор, величина и направление зависит от положения сателлита и угла γ . Вектор F_{34} , заданный своими компонентами в системе $x_4O_4y_4$, обозначим F_p . В соответствии с выше изложенным имеет место соотношение:

$$F_p = A_1 \cdot F_{34} \quad (8)$$

где A_1 – матрица перехода от системы $x'_4O_4y'_4$ к системе $x_4O_4y_4$ (матрица поворота). На основании правил составления матриц перехода, матрица A равна

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Переход от одной системы координат к другой осуществим при помощи формул преобразования координат, записанных матрицами третьего порядка (поворота и сдвига). Положение и направление вектора силы F_{34} в абсолютной системе координат, возможно, задать следующим равенством:

$$O_3 C = \tilde{R} = A_2 \cdot \tilde{r}_4 \quad (8)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & R_0 + r_4 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \text{матрица сдвига и поворота}$$

Подставив данные матрицы в выражение (8), получим:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & (R_0 + \tilde{r}_4) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

Выполнив преобразования, формула (9) примет вид:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_4 \cdot \cos(\alpha) + (R_0 + r_4) \\ r_4 \cdot \sin(\alpha) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Сравнивая соответствующие элементы левой и правой части столбцовых матриц (10), получим параметрические уравнения положения точки C , в которой происходит контакт двух зубчатых колес ЭММ:

$$\left. \begin{aligned} x &= r_4 \cdot \cos(\alpha) + (R_0 + r_4) \\ y &= r_4 \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставив в уравнения (11) $\alpha = \gamma + \psi$, получим:

$$\left. \begin{aligned} x &= r_4 \cdot \cos(\gamma + \psi) + (R_0 + r_4) \\ y &= r_4 \cdot \sin(\gamma + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Момент от силы F_{34} относительно жесткой (абсолютной) системы координат $x_3 O_3 y_3$ запишется в виде:

$$M_{34} = \overset{\square}{F}_{34} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \overset{\square}{F}_{34} \cdot \begin{pmatrix} r_4 \cdot \cos(\gamma + \psi) + (R_0 + r_4) \\ r_4 \cdot \sin(\gamma + \psi) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Величина момента относительно абсолютной системы координат определится как:

$$M_{34}^{abc} = \sqrt{(M_{34}^x)^2 + (M_{34}^y)^2}. \quad (14)$$

Поскольку передача вращающего момента сателлитами происходит не одинаково, вследствие различного межосевого расстояния, то соответственно и силы между сателлитами распределяются не однозначно. Так как зацепление сателлитов с центральными колесами происходит на различных осях, смещенных друг относительно друга на угол γ , то соответственно при работе ЭММ очевидно, что эти силы будут иметь не одинаковую величину, которая зависит от направления вектора силы изменяющего свое направление в пределах этого угла.