

ДИАЛЕКТИКА ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИЯ». ФИЛОСОФСКИЕ АСПЕКТЫ.**Брагин О.А.,****руководитель учитель математики Брагина Н.А.*****НОУ «Лесосибирская православная гимназия»***

Реальные процессы обычно связаны с большим количеством переменных и зависимостей между ними. Описать эти зависимости можно с помощью функций. Знание свойств функций позволяет понять суть происходящих процессов, предсказать ход их развития, управлять ими. Изучение функций является актуальным всегда. А изучение функций в философском аспекте позволяет глубже вникнуть в суть темы.

Понятие функции является одним из основных понятий математики вообще и школьной математики в частности. Оно не возникло сразу в таком виде, в каком мы им пользуемся сейчас, а, как и другие фундаментальные понятия, прошло длинный путь диалектического и исторического развития. В Древней Греции диалектика обозначала спор, столкновение противоположных взглядов, противоречие.

Любое понятие находится в статичном состоянии до тех пор, пока не возникает противоречие между данным понятием и новым знанием, которое появилось с развитием науки. Так и в древности определённое понятие функции в какой-то момент перестало охватывать все существующие математические модели, возникла необходимость расширения понятия. Более общее понятие, которое устраивало, в то время, большинство математиков дал Дирихле.

Современная трактовка понятия функции имеет два направления: классическое и теоретико-множественное. Примером классического направления трактовки функции может служить определение функции: «зависимость одной переменной от другой, при которой каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной, называют функциональной зависимостью, или функцией». Независимую переменную иначе называют аргументом, а о зависимой переменной говорят, что она является функцией от такого аргумента.

Другая трактовка понятия функции. Функция определяется как соответствие между множествами: если X и Y – два произвольных множества, то говорят, что на X определена функция f , принимающая значения из Y , если каждому элементу x из X поставлен в соответствие единственный элемент y из Y . Это уже второе современное (теоретико – множественное) направление.

Надо сказать о значении философии в любой науке. Оно проявляется в том, что она, несмотря на склонность к обобщениям и широте подхода, помогает находить верные пути познания мира и способы адекватного выражения его результатов.

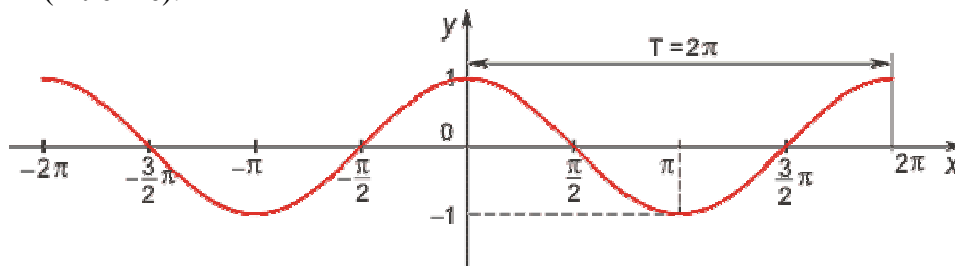
Примеры рассмотрения понятия «функция» в контексте философских категорий для более глубокого понимания темы.

1. Общее, особенное и единичное — философские категории. Единичное выражает относительную обособленность, ограниченность объекта исследования от его аналогов на основании уникальной качественной и количественной его определенности. Общее выражает принцип бытия всех единичных вещей, явлений, процессов; закономерная форма их взаимосвязи в составе целого.

Функция (общее) – квадратичная функция (особенное) – $y = 5x^2 + x$ (единичное)

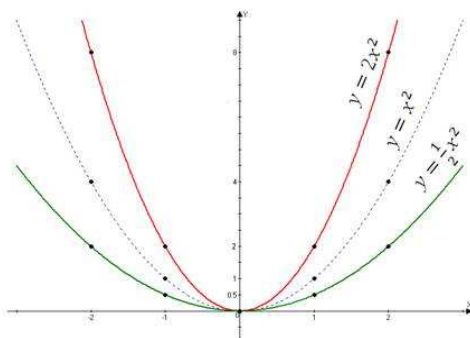
2. Сущность и явление — философские категории, отражающие определенность бытия в мире и его познание. Сущность — внутреннее содержание исследуемого объекта в единстве многообразия форм его бытия. Явление — обнаружение исследуемого объекта через внешние формы его осуществления.

Симметрия графика функции относительно ординаты (сущность) – чётность функции (явление).



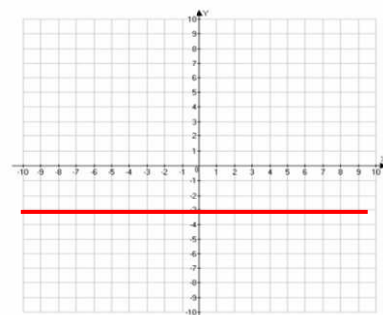
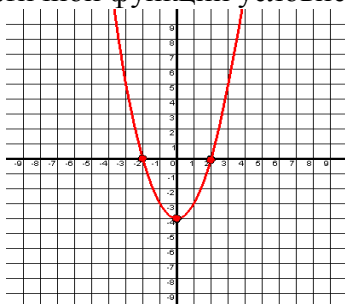
3. Причина и следствие - философские категории, обозначающие характер обусловленности исследуемого объекта. Под причиной понимается явление, действие которого влечет за собой другое явление — следствие.

Изменение коэффициента k в функции $y = kx^2$ (причина) — приводит к сжатию, растяжению или изменению направления ветвей графика данной функции – параболы, в случае, если $k < 0$ (следствие).



4. Необходимость и случайность — философские категории, выражающие различные уровни связей исследуемого объекта. Если необходимость демонстрирует закономерный характер связи, определяемой содержанием исследуемого объекта, то случайность — это такой тип связи, который обусловлен внешними, преходящими причинами.

Изменение значений коэффициента a при x^2 в квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ происходит с необходимостью, а при $a=0$ парабола вырождается в прямую и теряется смысл квадратичной функции – случайность. Поэтому в определении квадратичной функции условие $a \neq 0$.



5. Возможность и действительность — это философские категории, характеризующие две основные ступени становления и развития исследуемого объекта, где действительность — это наличная реальность единичного бытия, в отличие от тех возможностей, которые оно таит в себе.

Квадратичная функция вида $y = x^2$ появилась как действительность в результате нахождения площади квадрата со стороной x и, появившись, породила новые возможности – преобразование в различные виды квадратичной функции $y = kx^2$; $y =$

$x^2 + m$; $y = (x - n)^2$; $y = (x - n)^2 + m$ путём преобразования графика данной функции с помощью параллельного переноса, сжатия и растяжения.

6. Часть и целое — это философские категории, характеризующие целостность исследуемого объекта и методологическую направленность его познания от нерасчлененного представления о целом с переходом к анализу, расчленению целого на части с последующим воспроизведением исследуемого объекта в мышлении в форме конкретного целого.

Графиком квадратичной функции является парабола (целое), которая состоит из вершины и ветвей (части).

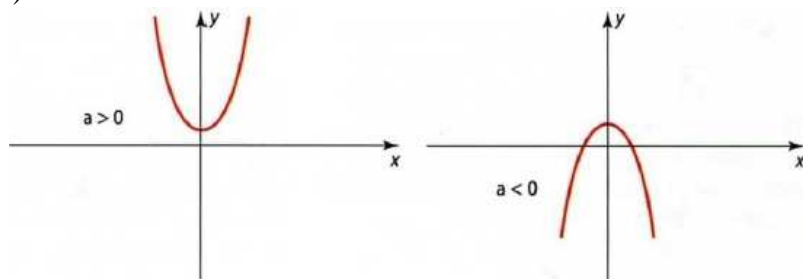


7. Качество и количество — это философские категории. Качество - целостная характеристика функционального единства существенных свойств объекта, его внутренней и внешней определенности, относительной устойчивости, его отличия от других объектов, а также сходства с ними. С целью установления количественной определенности предмета мы сравниваем составляющие его элементы — пространственные размеры, скорость изменения, степень развития с определенным эталоном как единицей счета и измерения.

Увеличение значения коэффициента k на промежутке $(1; +\infty)$ или уменьшение на промежутке $(0; 1)$ в функции $y = kx^2$ (количество) – изменение степени монотонности функции (качество).

8. Содержание и форма — это философские категории. Под содержанием понимается то, что составляет сущность объекта, единство всех его составных элементов, его свойств, внутренних процессов, связей, противоречий и тенденций. В содержание входят не только составляющие, тот или иной объект, элементы, но и способ их связей, т.е. структура. Единство содержания и формы выявляется в том, что определенное содержание «облачается» в определенную форму.

Существование наименьшего или наибольшего значения функции в своей вершине (содержание) – ограниченная снизу или сверху квадратичная функция (форма).



9. Пространство и время - это философские категории. Пространство есть форма координации сосуществующих объектов, состояний материи. Оно заключается в том, что объекты расположены вне друг друга (рядом, сбоку, внизу, вверху, внутри, сзади, спереди и т.д.) и находятся в определенных количественных отношениях. Время - это форма бытия материи, выражающая длительность ее существования, последовательность смены состояний в изменении и развитии всех материальных систем.

От изменения времени в функциональной зависимости расстояния от времени при фиксированном значении скорости ($S=vt$) (время) – зависит перемещение объекта в пространстве (пространство).

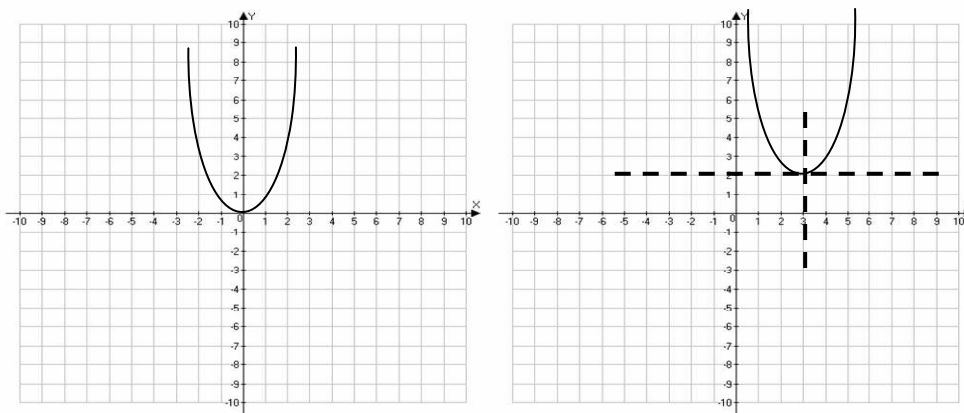
10. Единство и многообразие - это философские категории. Единство - такая взаимосвязь определенных предметов, процессов, которая образует целостную систему взаимодействия, внутренне устойчивую в изменениях и в то же время включающуюся в более широкую систему. Многообразие - проявление чего-либо единого по своей сущности в различных видах и формах.

Целая рациональная функция рассматривается как единство, а многообразие данного понятия в её видах: линейная функция, квадратичная функция и функция n-ой степени.



11. Первичное и вторичное - это философские категории. Под первичным понимают то, что первоначально по отношению к возникающему позже, а вторичное представляет собой вторую, более позднюю, или менее важную ступень в развитии чего-либо.

На примере квадратичной функции: график функции $y = (x - 3)^2 + 2$ (вторичное) получается из графика функции $y = x^2$ (первичное) путём параллельного переноса по оси Ox вправо и по оси Oy вверх.



Необходимость сотрудничества математики с философией стала острой особенно на современном этапе. Реализуя внутренние потенции, математика ныне поднялась к абстракциям, особенно отрешенным от мира действительности. Конечно, она всегда умела находить аналогии, выявляя сходства, часто весьма далеких, явлений, наводя между ними перемины. Но если вначале то были аналогии между утверждениями и доказательствами, позднее - между теориями (за которыми стояли уже более абстрактные объекты, чем констатируемые утверждениями и описываемые доказательствами), то современная математика ставит вопрос о самой природе аналогий. Все это усиливает роль формальных методов исследования, подчеркивает настоятельность развития в математике тех начал, которые, по определению Н. Бурбаки, делают ее "скоплением абстрактных форм". Отмечается немало фактов позитивного влияния философии на математику, поскольку математика питает философию явно сильнее, чем это делают другие науки.